

宇宙のエントロピー ボルツマン脳 そして マルチバース



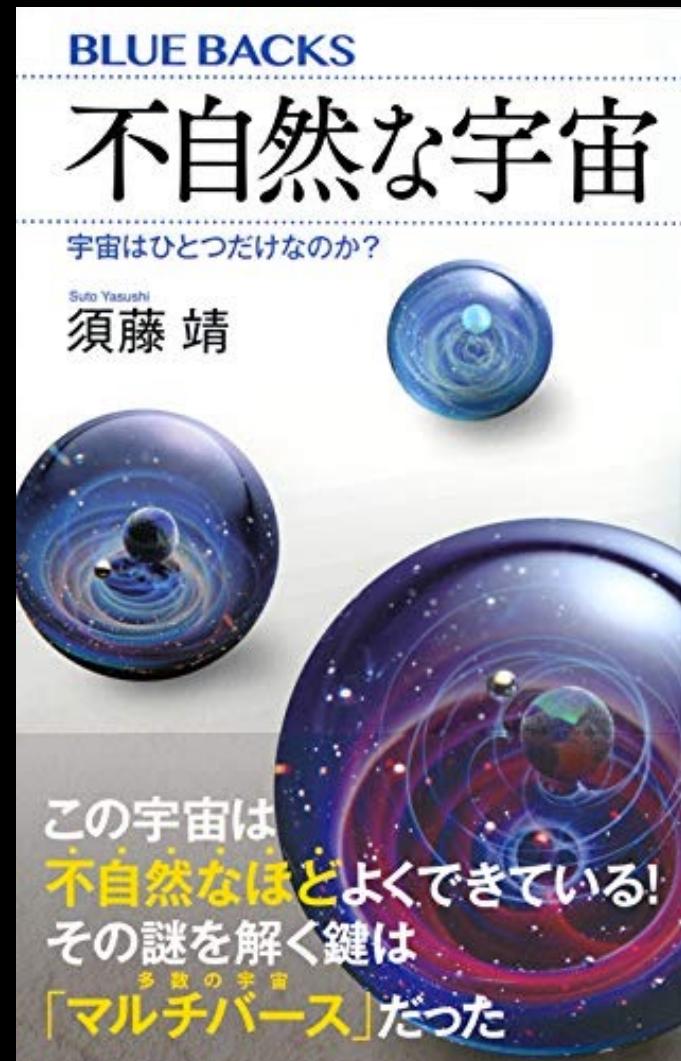
高知工科大学
総合研究所
須藤 靖



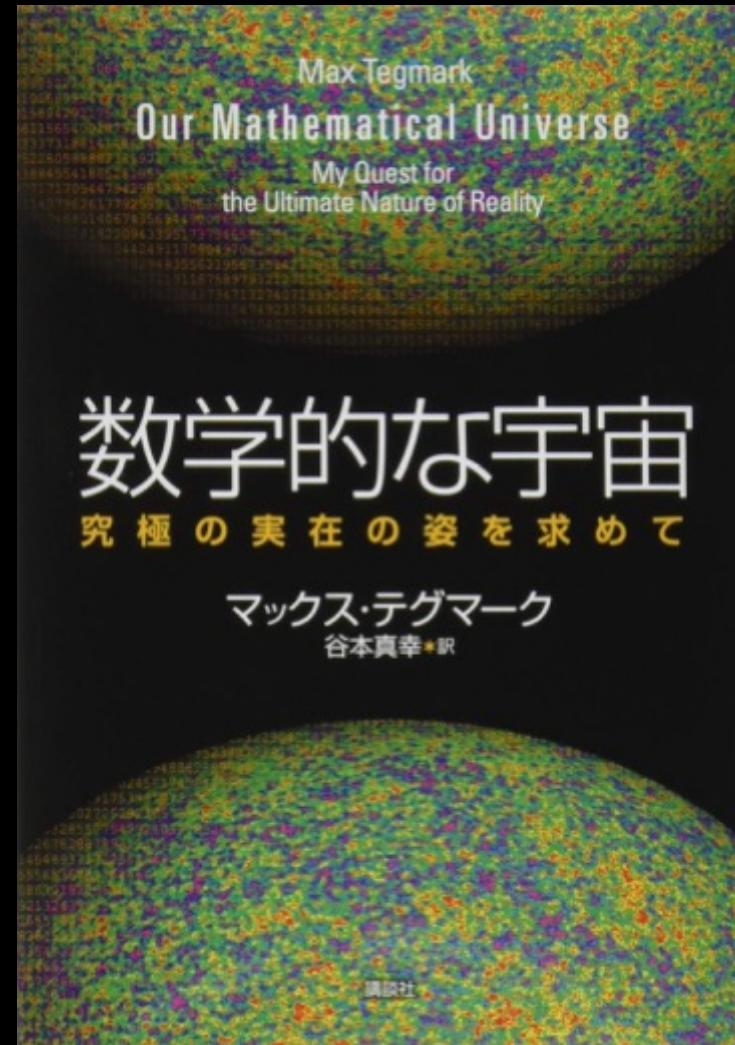
2026年1月10日15:30-16:30

@第12回 quatuo研究会、高知工科大学 A214教室

参考文献



Sean M. Carroll
"Why Boltzmann Brains are Bad" arXiv:1702.00850

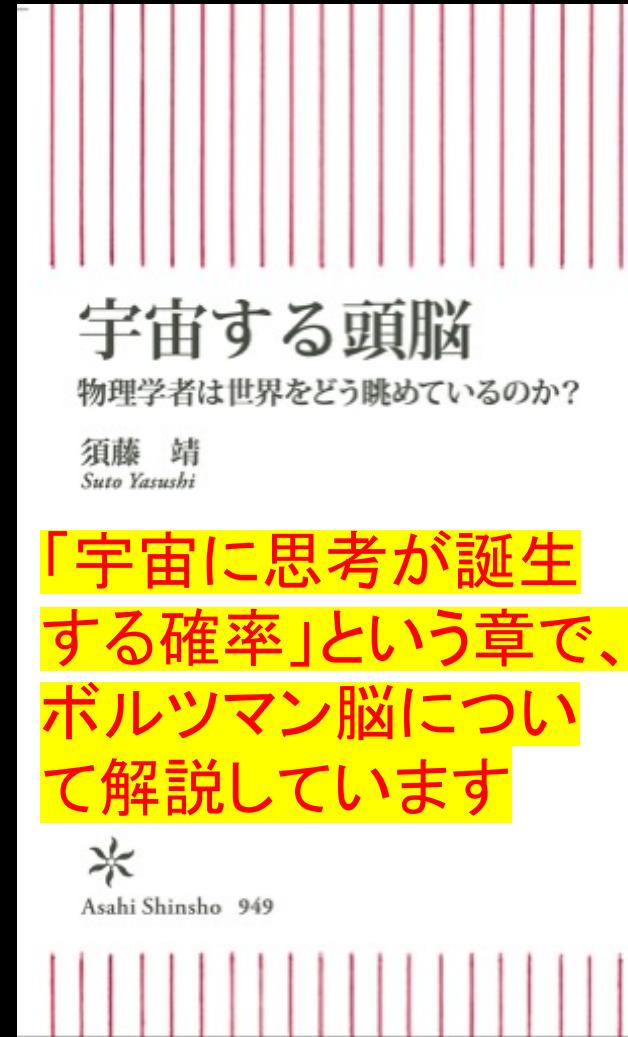


東京大学出版会
初版 2006年 第2版 2021年

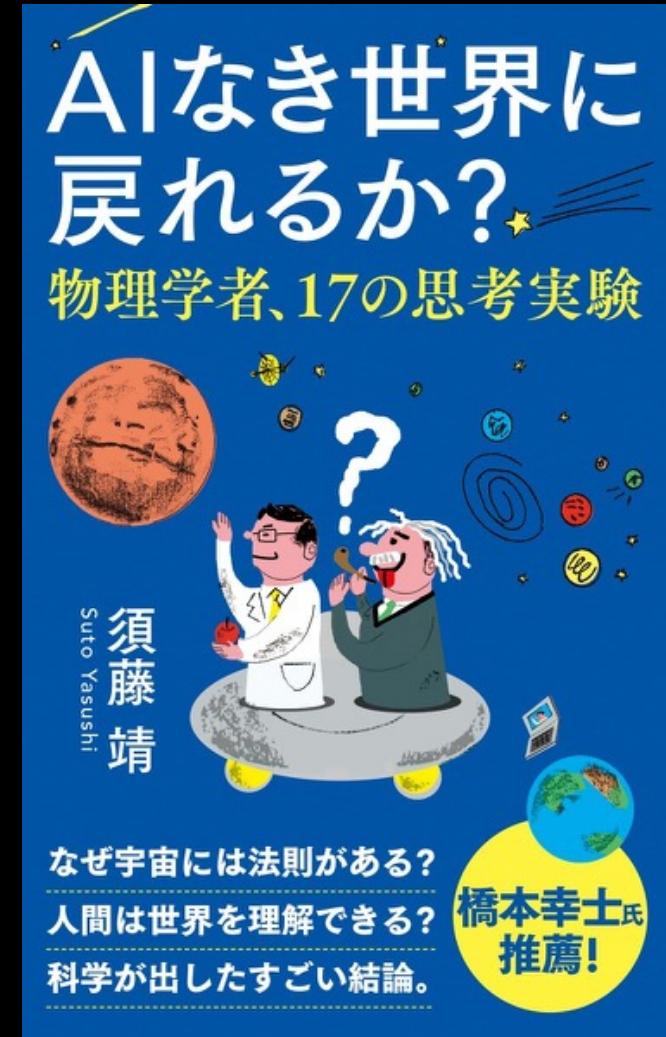
参考文献



朝日新書 2022年1月



朝日新書 2024年



集英社インターナショナル新書 2024年

References

- **Ludwig Boltzmann** “On Certain Questions of the Theory of Gases”
Nature 51(1895)413
- **S. Frautschi** “Entropy in an expanding universe”
Science 217(1982)593
- **Sean M. Carroll** “Why Boltzmann Brains are Bad” arXiv:1702.00850
- **Egan and Lineweaver** “A larger estimate of the entropy of the universe”, ApJ 710(2010)1835
- **Davis, Davies and Lineweaver** “Black hole versus cosmological horizon entropy”, Classical and Quantum Gravity 20(2003)2753
- **Katsuhiko Sato, Hideo Kodama, Misao Sasaki and Keiichi Maeda** “Multi-production of universes by first-order phase transition of a vacuum”, Physics Letter B108(1982)103

本日の講演内容

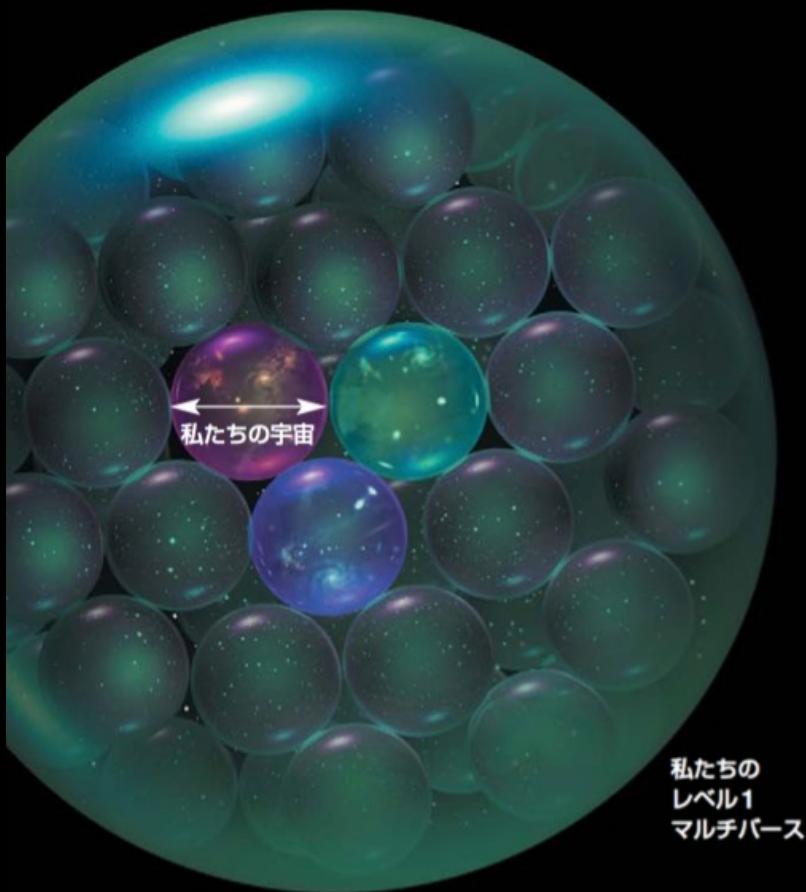
- 1 我々の宇宙、宇宙、ユニバース、マルチバース
- 2 我々の宇宙は不自然である
- 3 物理法則で禁止されていないことはすべて実現する
- 4 古典的並行宇宙は存在するか？
- 5 ブラックホールと「我々の宇宙」のエントロピー
- 6 ボルツマン脳
- 7 毒食らわば皿まで
- 8 怪しいまとめ

レベル1 マルチバース

並行宇宙のうち最も単純なのが、私たちから遠すぎるためにまだ見ることのできない空間領域があるという考え方だ。現在、私たちが見ることが可能な最も遠い場所は約 4×10^{26} m、420億光年離れた場所だ。この距離はビッグバン以降に光が移動した距



1 我々の宇宙、宇宙、ユニバース、マルチバース



私たちの
レベル1
マルチバース



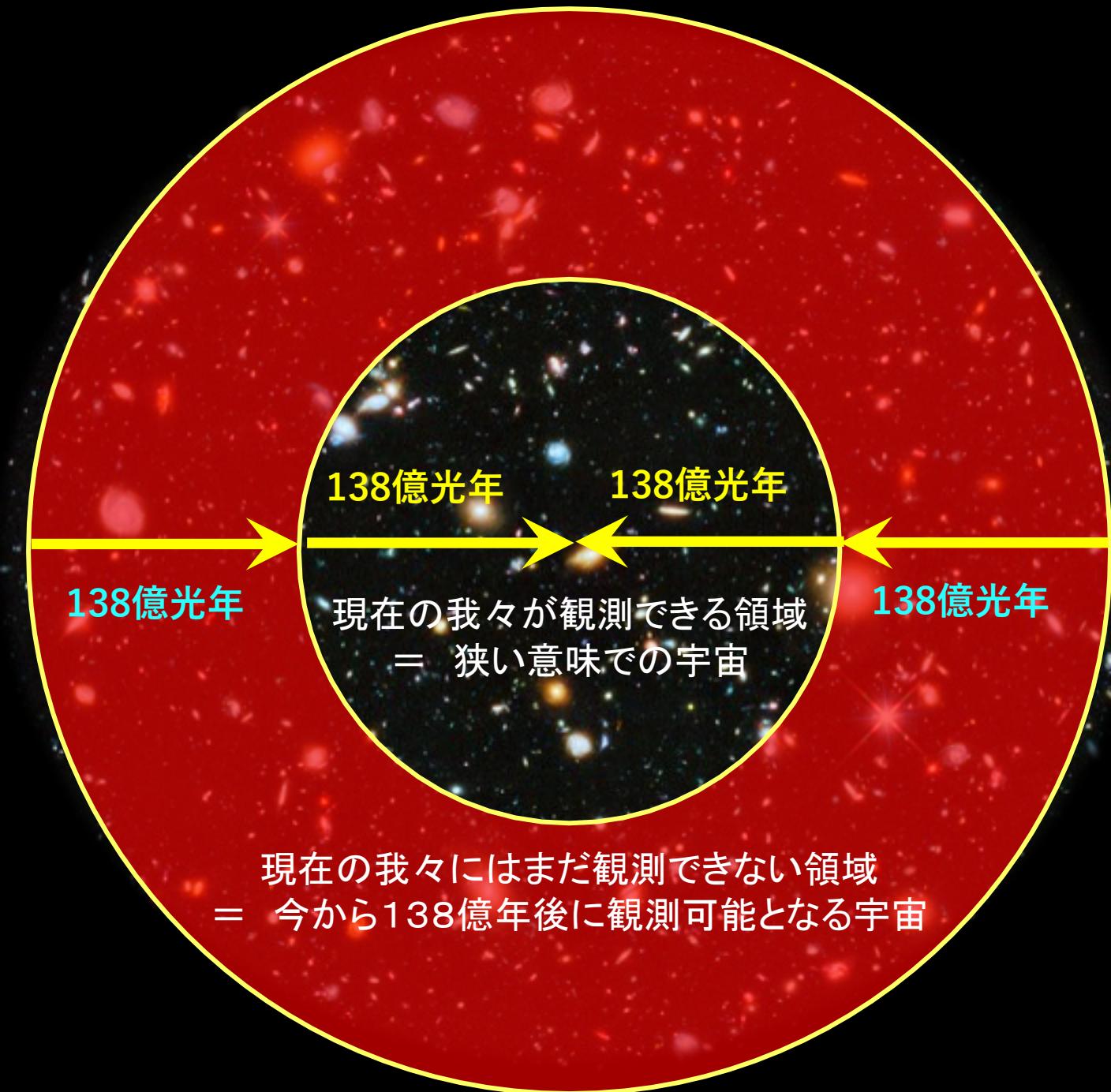
並行して存在する
レベル1
マルチバース



何もない空間
(膨張している)

「宇宙」と「我々の宇宙」は全く異なる概念

- 「我々の宇宙」 = (原理的に) 現在の我々が観測できる領域
 - 地平線球 = 半径138億光年の球の内側にある領域
 - 天文学者が用いる「宇宙」は通常この意味であることに注意
- 「宇宙」 = 現在の地平線球を遥かに超えた領域まで広がっているはずの時空間(観測可能かどうかは問わない)
 - マルチバース(多宇宙)に近い考え方
- 「宇宙」の創生を物理学的に理解できるかは自明ではない
 - 「宇宙」なしに物理法則が存在しうるのか?
- 「この宇宙」 = 「我々の宇宙」の創生は、「宇宙」 (=物理法則?) の存在を前提とすれば、物理学によって説明可能



「この宇宙」

= 「我々の宇宙」

= (現在の)地平線球

- 観測可能な領域は宇宙年齢で決まっている（因果律）
- その外側は存在するが、どうなっているかはわからない
- ただしある程度は通常の物理学的考察から推定できる
- しかしこまでも遙か彼方を考え始めると、科学的というよりも哲学的（=不科学的）にならざるを得ない

「宇宙」の中の「我々の宇宙」

「我々の宇宙」

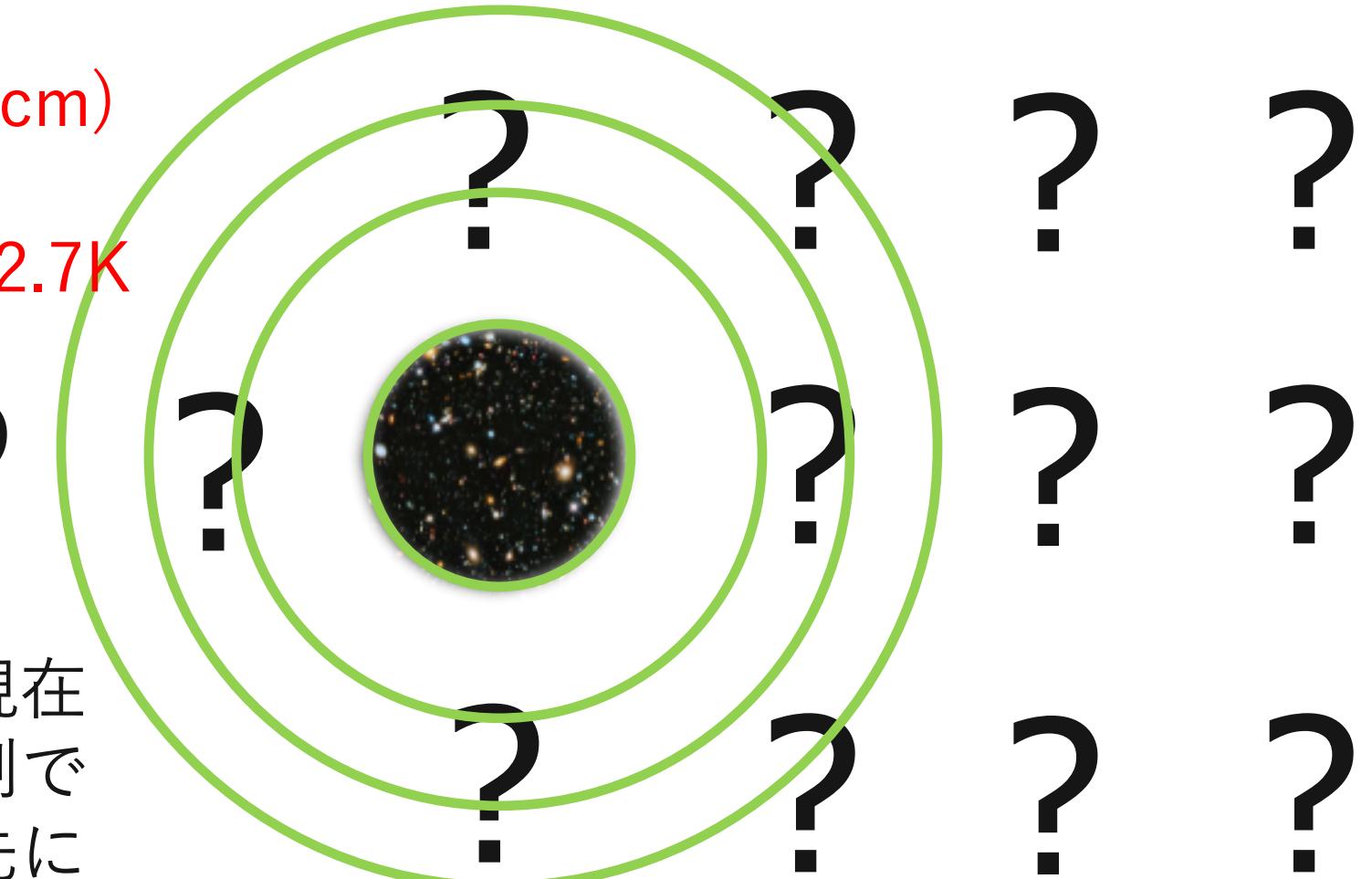
半径138億光年 ($\sim 10^{28}$ cm)

の現在の地平線球

現在の「光の温度」は2.7K

？ ？

この地平線球の外側は現在
の我々にはまだ直接観測で
きない。しかし、その先に
もままだ「宇宙」が広がっ
ているのが自然（だろう）



宇宙の地平線問題 (因果律の破れ?)

■ 宇宙のスケール因子

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)[dx^2 + x^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)]$$

- 宇宙が単純に断熱膨張しているならば $a \propto 1/T$
- プランク時刻まで相対論が正しいとした場合、その時刻から現在までの膨張率

$$\frac{a_0}{a_{\text{pl}}} = \frac{T_{\text{pl}}}{T_0} \approx \frac{10^{19} \times 10^9 \times 10^4}{3} \approx 10^{29}$$

- 現在の地平線サイズは、プランク時刻では因果関係を持ち得ない

$$R_H \times \frac{a_{\text{pl}}}{a_0} \approx 138 \text{ 億光年} \times 10^{-29}$$

$$\approx 10^{-1} \text{ cm} \gg \ell_{\text{pl}} (\approx 10^{-33} \text{ cm})$$

$$\ell_{\text{pl}} \times 10^{+29} \approx 10^{-4} \text{ cm} \ll 138 \text{ 億光年} (\approx 10^{28} \text{ cm})$$

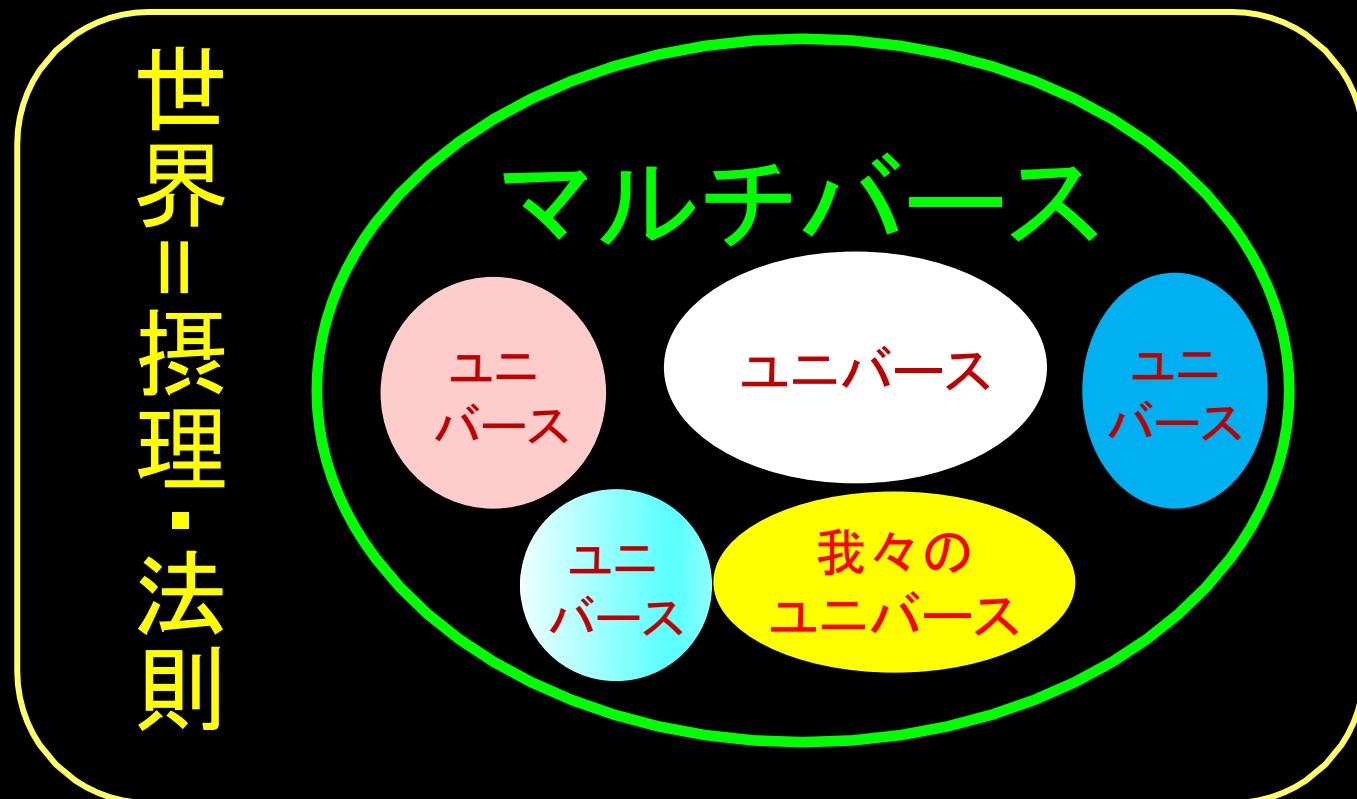
さらに30桁余分に膨張する必要がある
 \Leftrightarrow 宇宙のインフレーション仮説の動機

「宇宙は点から始まった」としばしば耳にするが これは本当だろうか？

- 現在の地平線球という意味での有限体積の「我々の宇宙」（≠「宇宙」）を過去に遡ると極めて小さいサイズだった
 - 既知の物理学が成り立つ時刻までなら、これは正しいはず
 - ただし「極めて小さい」（例えばcmスケール）は「点」ではない
 - もし「宇宙」が無限体積なら $1/10^{100}$ 倍してもやはり無限体積
- 法則が先か、宇宙が先か
 - 物理法則に基づいて宇宙の「進化」を記述するのは良い
 - しかし物理法則に基づいて宇宙の「創生」を記述できるかは疑問
 - 宇宙の創生以前に、物理法則が存在し得るのだろうか？（時空なしにどうやって法則を記述する？アインシュタイン方程式は典型例）

世界 > マルチバース > ユニバース

- 「宇宙の外に何があるか」というよく聞く質問は、「宇宙」の定義によって答えが違う
- 実在するかどうかはさておき、以下ではユニバース=universeと、その集合の総称としてのマルチバース=multiverseを区別する



- コンプライアンス的注意
 - 左図はあくまでも私の個人的語感にもとづくもので一般的用法ではない
 - この意味不明な図の意味を伝道するのが今回の目的だが、信教の自由はもちろん遵守するのでご安心を

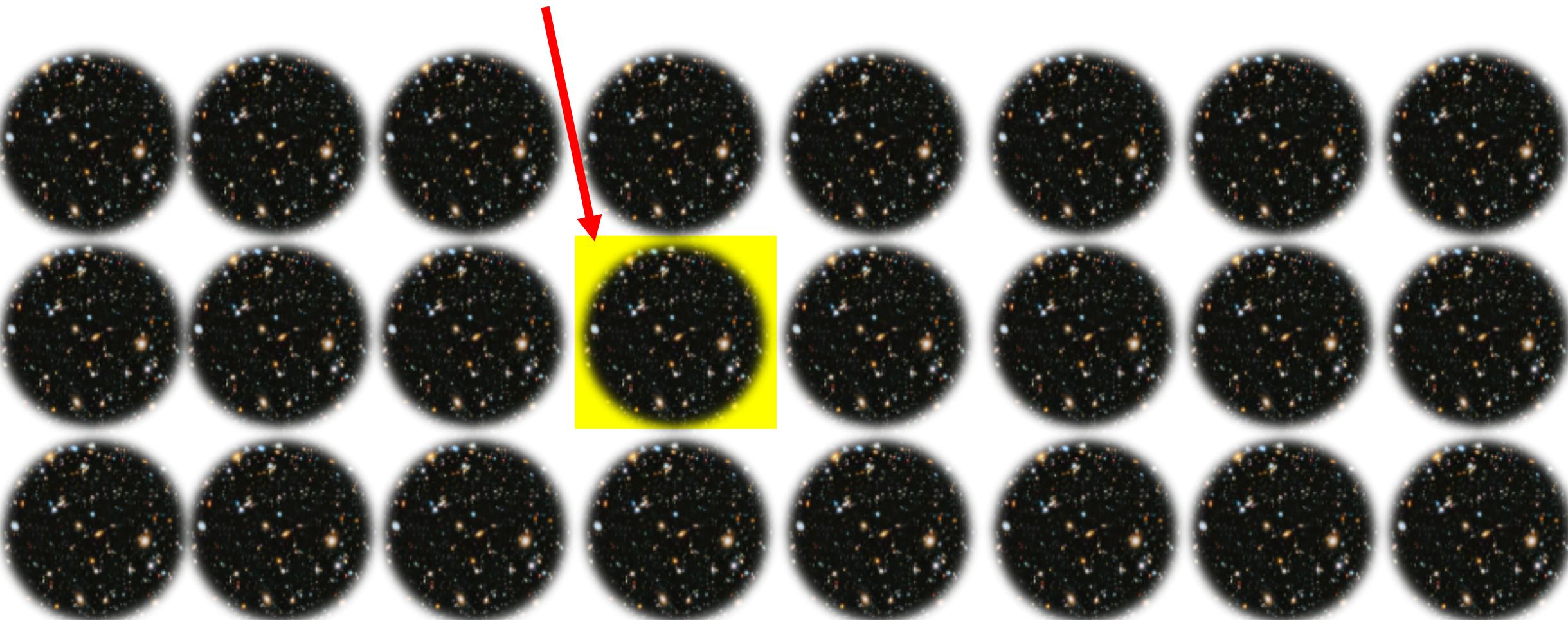
マックス・テグマークによる 異なるレベルのマルチバースの4分類

レベル	説明
1	現在観測可能ではない地平線の外側にも、同様のユニバースが無限に存在。それらは徐々に観測可能な領域に入る。これら同じ物理法則をもつユニバースの集合がレベル1マルチバース（これをマルチバースと呼ぶかどうかは定義の問題で、存在は確実）
2	無限個のレベル1マルチバースは、原理的にも因果関係を持たないまま、階層的に存在するかもしれない。それらは物理法則が異なるかもしれない。それらの集合をレベル2マルチバースとする
3	量子力学の多世界解釈に対応する無数の時空の集合。レベル3マルチバース内の異なる元を遍歴する軌跡の一つが我々のユニバースであると解釈することができる
4	異なる数学的構造に対応する具体的な時空は必ず実在する。言い換えれば、抽象的な法則は必ず対応する物理的実体を伴うと考え、それらの集合をレベル4マルチバースとする。世界が数学にしたがっているという驚くべき事実を自然に説明できる

マックス・テグマーク著 『数学的な宇宙 究極の実在の姿を求めて』（講談社、2016年）

レベル1 マルチバース

= 我々のユニバース + 別の“ユニバース”の集合



2 我々の宇宙は不自然である

自然界の相互作用の強さの比はとても不自然

- 電磁気力の強さ：微細構造定数（無次元数）

$$\alpha_E = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

e は陽子の電荷

陽子同士に働くクーロン力 e^2
を無次元化した数値

- 重力の強さ：重力微細構造定数（無次元数）

$$\alpha_G = \frac{Gm_p^2}{\hbar c} \approx 6 \times 10^{-39}$$

m_p は陽子の質量

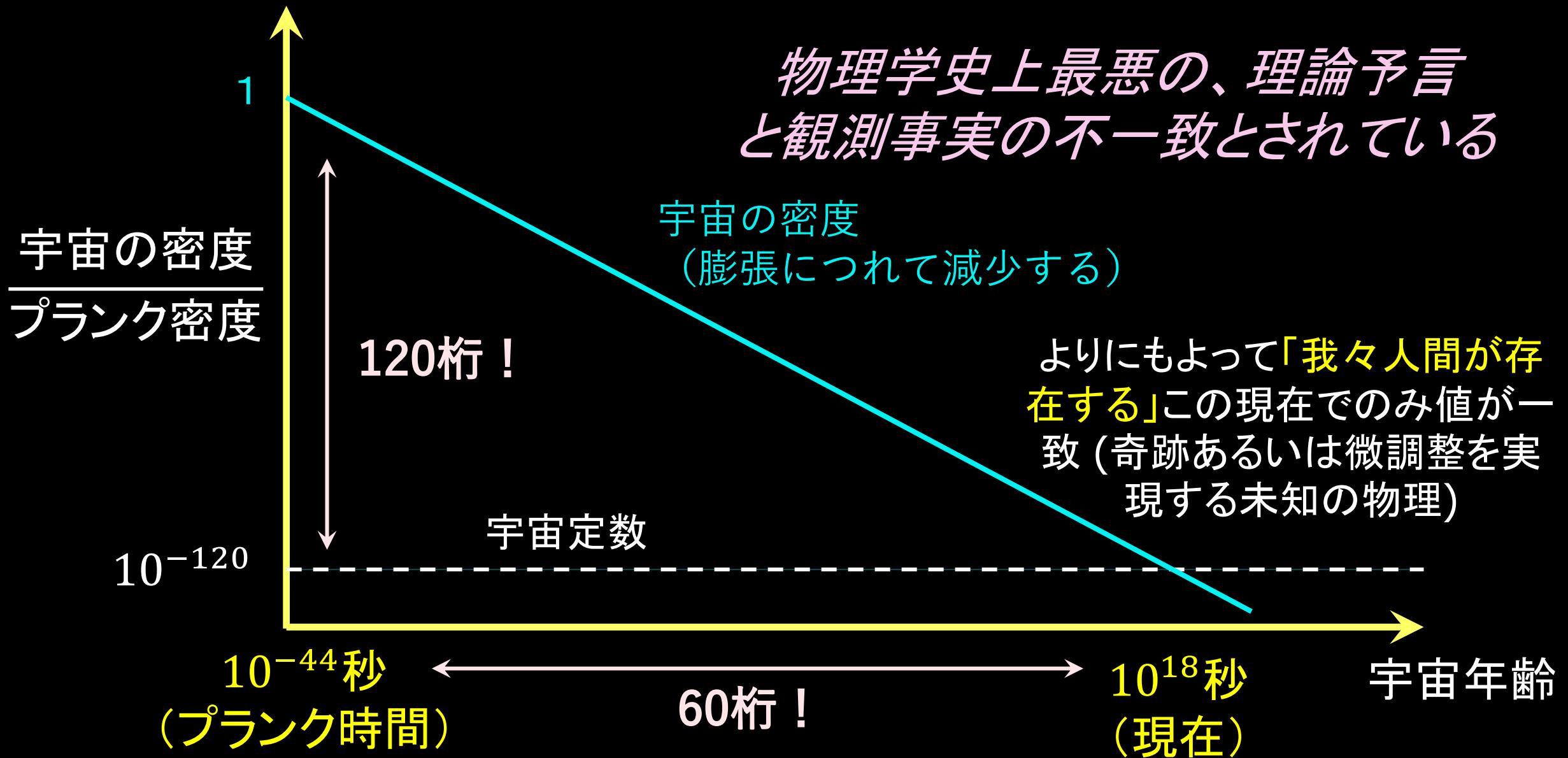
陽子同士に働く重力 Gm_p^2
を無次元化した数値

- 電磁気力と重力の強さの比

$$\frac{\alpha_E}{\alpha_G} \approx 10^{36}$$

- この比はとてつもなく大きく不自然な数値
- 一方で、これこそが地面に落としても原子が壊れない理由（世界の安定性）
- 逆にこれらの比の値の不自然さこそが世界の階層性と安定性を保証している

宇宙定数の値の驚くべき偶然あるいは微調整



宇宙定数の値の不自然さ

- 1998年に観測的に確立した「宇宙の加速膨張」が、2011年ノーベル物理学賞受賞対象
 - この加速膨張の原因の最有力候補が宇宙定数
- もしそれを認めるならば、プランク時刻(10^{-44} sec)にプランク密度(10^{95} g/cm³)だった宇宙を、現在の宇宙密度(10^{-29} g/cm³)つまり約120桁小さい値をもつ宇宙定数がひっそりと隠れており、100億年後(10^{18} sec)の現在やっと我々人類がそれに気づくのを待っていたことになる
- これはさすがに不自然ではないだろうか？
 - だからこそ、長い間宇宙定数はゼロであると信じられていた

3 物理法則で禁止されていないことは
すべて実現する

*Everything not forbidden by the laws of nature
is mandatory – Carl Sagan, Contact*

物理法則と初期条件：必然と偶然の違い？

■ 物理学的世界観

- 自然界は単純な物理法則に支配されている
- 個々の現象は初期条件が与えられればその後の進化を正確に予言できる
 - 少なくとも無生物界の記述においては、この世界観はすでに確立
 - ただし量子論的不確定性が重要となるような現象を除く
 - 決定論的な巨視的世界 vs. 確率論的な微視的世界
- 宇宙、さらには世界そのものもまた、物理法則によって完全に理解できるのか？
 - しかし、その場合、宇宙あるいは世界の初期条件はどうやって決まる？

めったに起こらない ≠ 起こらない

- *Everything not forbidden by the laws of nature is mandatory*
— Carl Sagan, Contact
 - 確率Pの事象をN回試行すると、その事象が起こる期待値はNP
 - つまり、どれほどPが小さくとも0でない限り、 $N(\gg P^{-1})$ 回試行すれば、その事象は1回以上実現するはず
- 例) サイコロを100回振って、1の目が100回連續して出る
 - 確率 $P=1/6^{100}=10^{-78}$
 - しかしこれは「サイコロを100回振る」を 10^{78} 回繰り返せば、平均的には1回起こらないとおかしいこともある
 - サイコロを一回振るのに1秒かかるとすると、 $100\text{秒} \times 10^{78} \div (\text{現在の宇宙年齢})$ の 10^{62} 倍だけの時間をかければ起こって当然

キッテルの『熱物理学』にある常識的教え

- 運動方程式の可逆性は「十分に長い時間待てば、その系はたとえどんなに確からしくない配列であるにせよ必ず現れるはずである」ことを示唆する。しかしこれは誤りである。“十分に長い”とは長すぎて“決して現れない”と同じ意味だからである。
 - 問題4・4：タイプライターには44個のキーがあり、サルは1秒間に10のキーを打てるとする。『ハムレット』には 10^5 の文字があるとしたとき、 10^{10} 匹のサルが宇宙年齢（ 10^{18} 秒）の間タイプライターを打ち続けると『ハムレット』は創作されるか。
 - その期待値は $\frac{1}{44^{100000}} \times 10^{10+18+1} = 10^{-164316}$
- これは優れた教科書。この解説も問題も素晴らしいし、常識的な時間スケール（宇宙年齢以下）を考える限り正しい
- しかし、非常識な時間スケールをものともしない宇宙論屋にとって上述の解説は完全な間違い（論理的に破綻している）

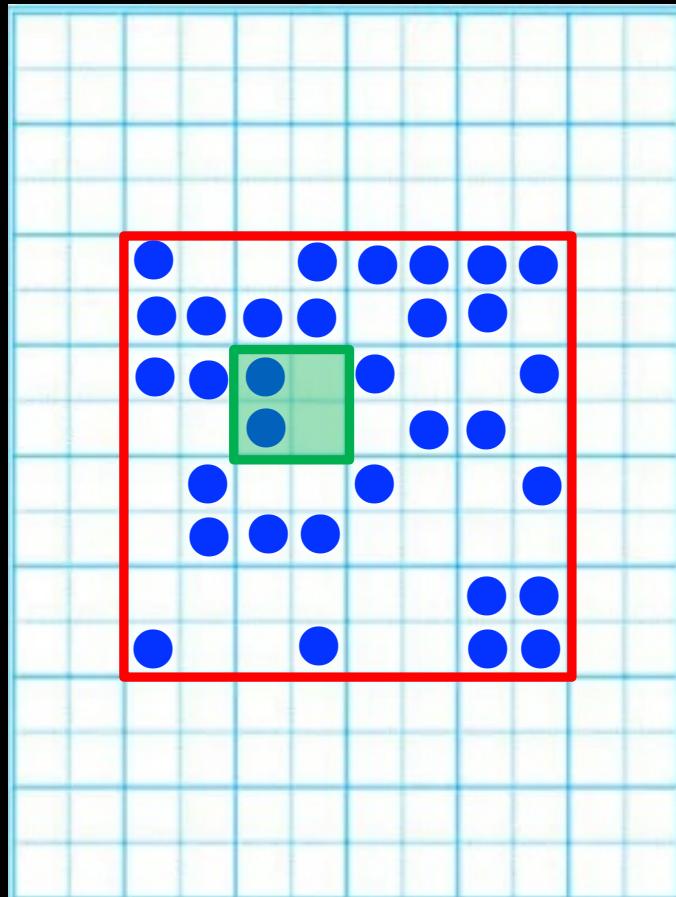
4 古典的並行宇宙は存在するか？

(量子力学の多世界解釈による並行宇宙はレベル3マルチバースに対応)

人間が誕生する確率がどんなに少なくとも、 宇宙が無数にあればどこかで必ず実現する

- いかに少ない確率であっても、試行回数が多ければその事象は必ず実現する
 - 宝くじで一億円当たる確率は100万分の1以下だが、当選する人は必ず存在
 - 100万本以上の数の宝くじが売れているならば、統計的には当選者がいないほうがおかしい
- 逆に、人間が存在する宇宙が極めて可能性が低いにもかかわらずまさに我々の宇宙がその例だとすれば、人間が存在しないような宇宙は無数にあると結論すべきではないか？
 - そうであって初めて、人間を誕生させる宇宙が存在しているという奇跡的な事実に納得できる

有限自由度の系は、数多く集めれば必ず繰り返し現れる



- $2 \times 2 = 4$ のマス目内に、粒子があるかないかの2通りの可能性を持つ系は、 $2^4 = 16$ 種類しかない（左図の赤枠内）
- 左図には 2×2 のマス目は合計 $6 \times 8 = 48$ 個あるので、任意の特定の配置は平均的に3回現れる
- 外に広がるずっと大きな領域を考えれば、ある特定の配置(例えば緑枠の配置)は繰り返し何度も現れるはず
- 仮にそうでなければ、何らかの理由（物理法則あるいは詐欺師）によって、その特定の配置が禁止されていると考えるべき
- この議論の本質：有限自由度の系と（ほぼ無限の）広大な外界の存在

古典論で並行宇宙は存在するか？

- 2x2のマス目の例を、我々が観測できるこの宇宙に応用する
 - 我々が観測できる宇宙は、半径138億光年(10^{28} cm)の地平線球
 - この地平線球に核子サイズ(10^{-13} cm)のマス目を考え、そこに核子があるかないかで、宇宙の物質分布のすべての可能性が尽くされると仮定
 - マス目の数は、 $(10^{28}/10^{-13})^3 = 10^{123}$ 個
 - 異なる配置は最大、2の (10^{123}乗) 通り ≈ 10の (10^{122}乗) 通り
 - もしも我々を中心とする半径138億光年 × 10の (10^{41}乗) 以上の球を考えれば、その中には平均的に我々が観測できるこの宇宙と全く同じ配置が一個現れるはず
- 上の議論は、（数値を別として）決して荒唐無稽ではない
 - ただしそこで前提とした以下の2つの仮定の妥当性は不明
 - 1) 有限体積の宇宙の性質は有限自由度で記述できる
 - 2) 「我々の宇宙」の外にも、十分大きな「宇宙」が広がっている

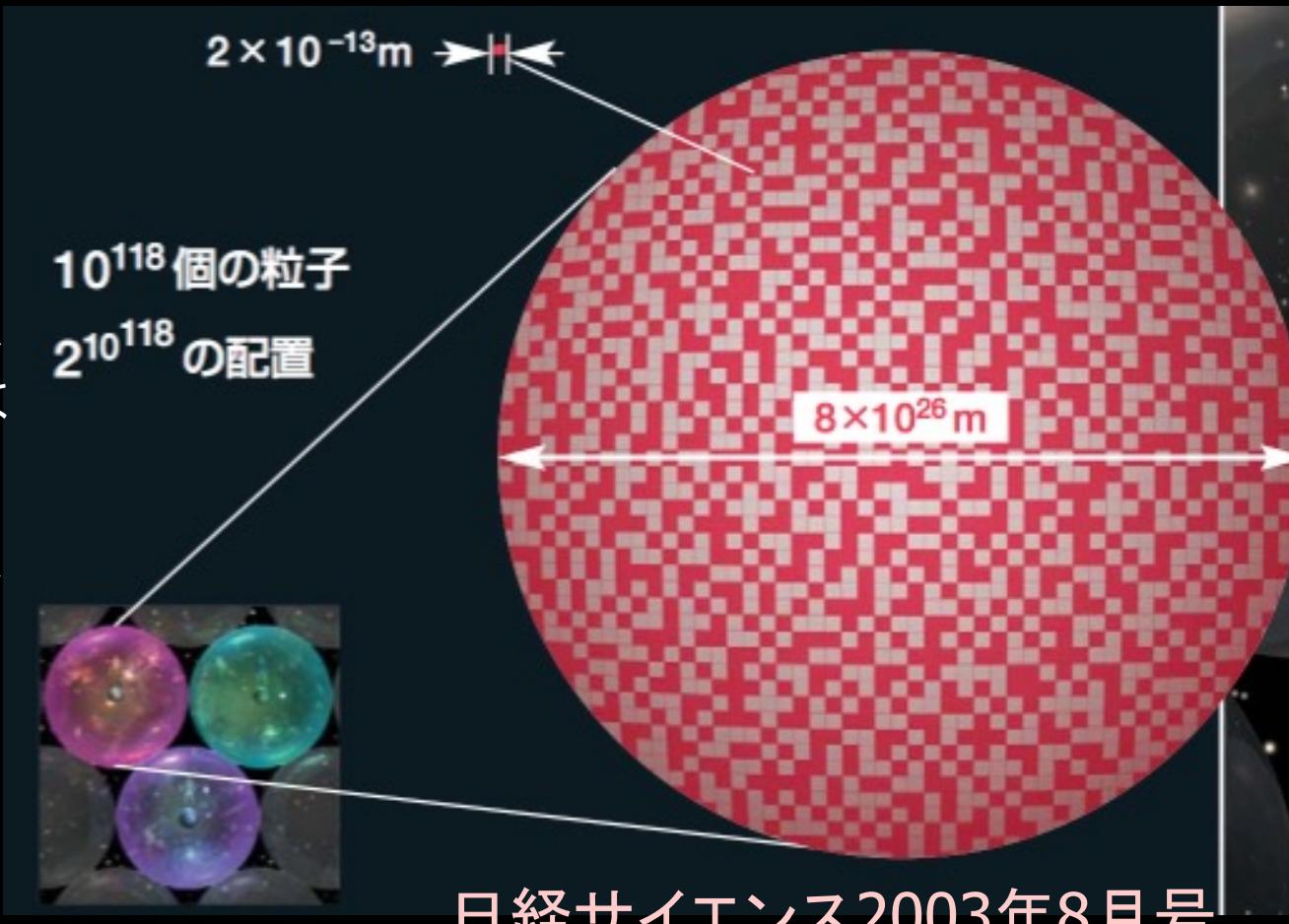
有限体積の宇宙が持つ情報量は有限か —世界はデジタルか、アナログか？—



- この作業を繰り返していくと、いずれは近似ではなく本物（と区別できないクローン宇宙）に到達する？
 - すべての物質は有限個の素粒子からなる（量子論を無視する）
 - 時間と空間も連続ではなく離散的かも？
 - とすれば宇宙はデジタル情報に帰着するので、3Dプリンターで宇宙を創り続けると、いずれクローン宇宙が出現するはず？

我々の地平線球が持つ「古典的」情報量

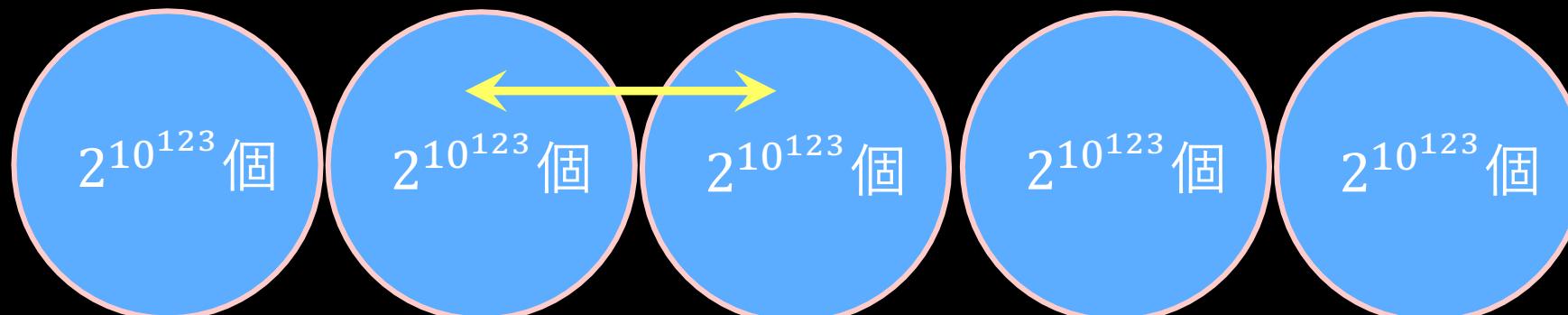
- 水素の原子核の大きさは～ 10^{-13} cm
- 地平線球の半径138億光年は～ 10^{28} cm
- この地平線球につめこめる水素の個数は最大 $(10^{28}/10^{-13})^3 = 10^{123}$ 個
- 実際には水素があるかないかの2通りなので可能な配置数は最大2の 10^{123} 乗通り(実際にはそのほとんどは安定ではありえず、はるかに少数のはず)
- 2の 10^{123} 乗個以上の地平線球を含む体積の宇宙の中には、全く同じものが繰り返し出現しているはず
- でも量子論を無視したこのような古典的考察がどこまで正しいかは不明



日経サイエンス2003年8月号

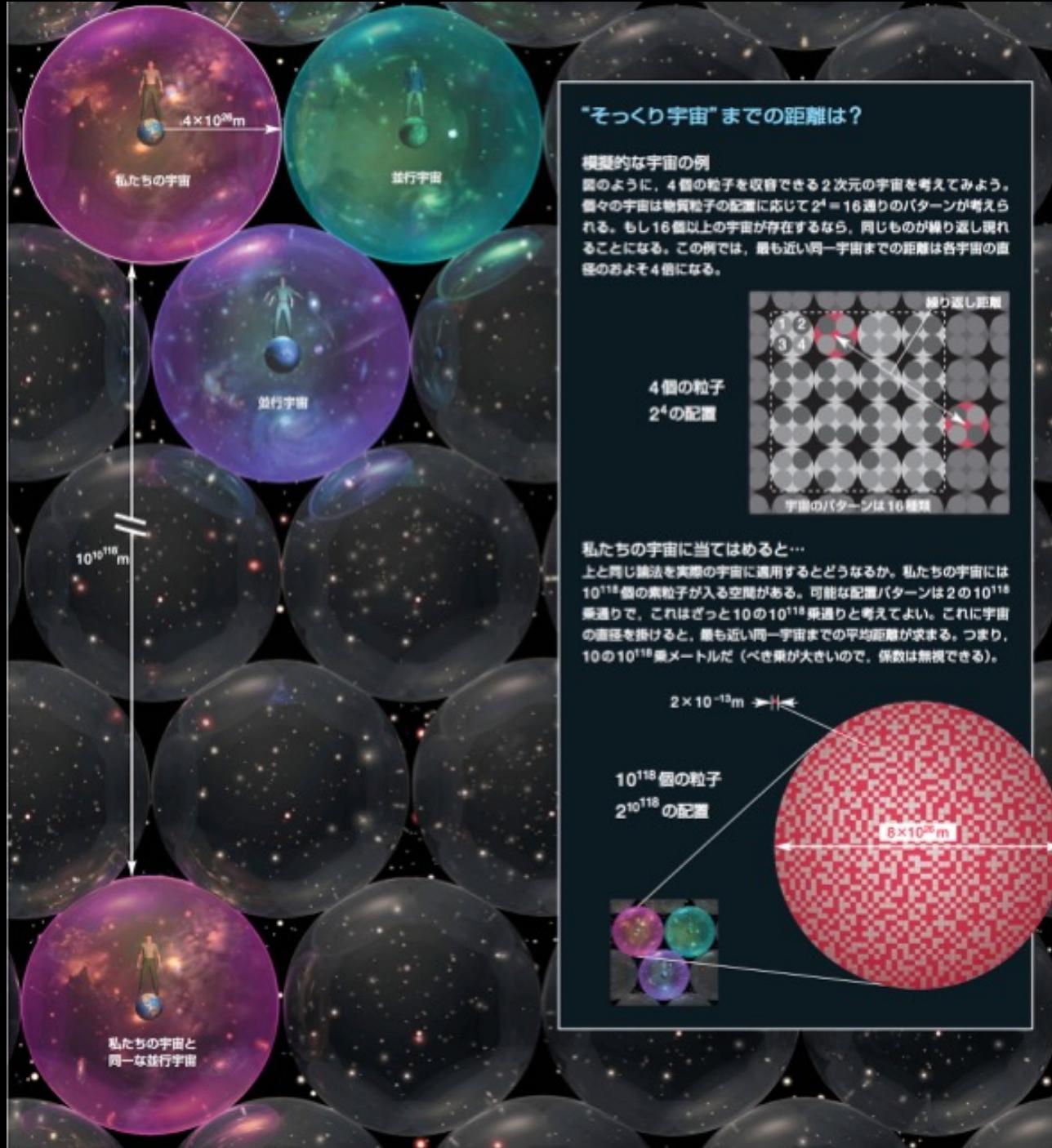
隣の並行宇宙までの距離

- 2×10^{123} 個の地平線球を含む膨大な体積を考える
 - それぞれの地平線球内の水素配列は全くランダムだとする
 - 完全に同一の水素配列をもつ地平線球を、全く同じ性質を持つ並行宇宙だとみなす
- とすれば平均的には、この体積の球と同じ体積をもつ隣の球内には、我々の地平線球の並行宇宙が存在しているはず
 - 隣の並行宇宙までの距離（あくまで古典論に基づく） $138\text{億光年} \times (2 \times 10^{123})^{1/3} \sim (10 \times 10^{122})^{1/3}\text{億光年}$



並行宇宙、 さらには並行人間 は実在するか

- 宇宙が(10の 10^{122} 乗)億光年より大きければ (= ほぼ無限体積) 、有限自由度の同一の構造は無限個存在するはず
- 同一原子配置をもつ人間は意識まで含めて同じ人間 (\neq クローン人間) となるのか？
- 自由意志と古典的決定論

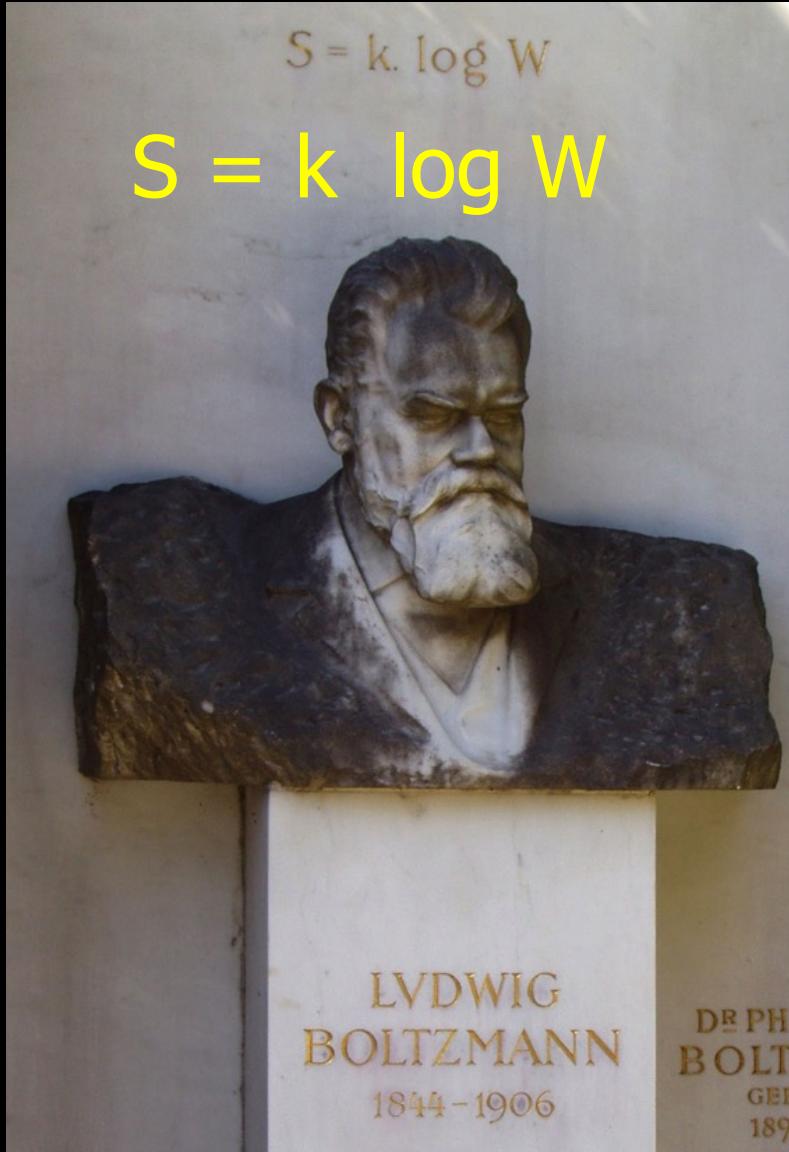


5 ブラックホールと「我々の宇宙」の エントロピー

“On Certain Questions of the Theory of Gases”

We assume that the whole universe is, and rests for ever, in thermal equilibrium. The probability that one (only one) part of the universe is in a certain state, is the smaller the further this state is from thermal equilibrium ; but this probability is greater, the greater is the universe itself. If we assume the universe great enough, we can make the probability of one relatively small part being in any given state (however far from the state of thermal equilibrium), as great as we please. We can also make the probability great that, though the whole universe is in thermal equilibrium, our world is in its present state. It may be said that the world is so far from thermal equilibrium that we cannot imagine the improbability of such a state. But can we imagine, on the other side, how small a part of the whole universe this world is ? Assuming the universe great enough, the probability that such a small part of it as our world should be in its present state, is no longer small.

ルートヴィッヒ・ボルツマン (1844-1906)



- さすがにボルツマンはキッテルよりも偉いことがわかる論文！
- 宇宙年齢などという「短い時間スケール」にとらわれず、われわれの宇宙の存在を自然に説明しようと試みる姿勢がすごい
- the universe(宇宙)とour world（我々の宇宙）を明確に区別している
- とはいえ真面目に突き詰めて考えすぎる人生は苦しかったに違いない

粒子系のエントロピー

- $S = k \log W$
- N 個の粒子からなる系が取りうる異なる状態数を考える
 - $W \sim (1\text{ 粒子の自由度})^N$ とか $N!$ といった感じの項からなる
 - $\log W \propto N$ あるいは $N \log N - N$ なので、結局 S は kN に比例し、その比例係数は通常 $O(10) \sim O(100)$ 程度と近似して良い
 - アボガドロ数以上の個数の粒子からなる巨視的な系の場合、この比例係数の値はどうでも良く、 S/k は系の粒子数 N とみなせる
- 例：单原子理想気体のエントロピー (Sachur-Tetrodeの式)

$$S_{\text{gas}} = kN \ln \left[e^{5/2} \left(\frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{V}{N} \right] = k \ln \left(e^{5/2} \frac{V/N}{V_q} \right)^N$$

粒子のド・ブロイ波長で決まる量子体積

ブラックホールのエントロピー

- Bekenstein (1972), Hawking (1975)

$$S_{\text{BH}} = k \frac{4\pi G M_{\text{BH}}^2}{\hbar c} = \frac{k}{4} \frac{4\pi R_{\text{BH}}^2}{(\ell_{\text{pl}})^2}$$

$$R_{\text{BH}} = \frac{2GM_{\text{BH}}}{c^2}$$

- この式はシュワルツシルド半径 R_{BH} のブラックホールの表面積だが、 R_{BH} をド・ブロイ波長とする光子数とも解釈できる

$$= \frac{M_{\text{BH}} c^2}{\hbar c / R_{\text{BH}}} \equiv k N_{\text{BH}}$$

- ブラックホールは、この光子エネルギーに対応する温度 (Hawking temperature) の黒体輻射を出していると考えられる

$$kT_{\text{BH}} = \frac{\hbar c^3}{8\pi G} \frac{1}{M_{\text{BH}}} = \frac{\hbar c}{4\pi} \frac{1}{R_{\text{BH}}}$$

ドジッタ－宇宙のエントロピー

- 宇宙定数 Λ に支配されている現在の宇宙は、次のドジッタ－時空に漸近する

この2つは
実は同じ
(座標変換
しただけ)

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r^2}{\ell_\Lambda^2}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1 - r^2/\ell_\Lambda^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

$$\ell_\Lambda = \sqrt{\frac{3}{\Lambda}}$$

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)[dx^2 + x^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)]$$

$$a(t) = e^{t/\ell_\Lambda}$$

- ドジッタ－時空は地平線を持つ \Leftrightarrow ブラックホールの R_{BH} に対応

cosmic
event horizon

$$R_{\text{CEH}}(t) = a(t) \int_t^\infty \frac{dt'}{a(t')} = e^{t/\ell_\Lambda} \int_t^\infty e^{-t'/\ell_\Lambda} dt' = \ell_\Lambda$$

- ドジッタ－宇宙のエントロピーと温度 (Gibbons & Hawking 1977)

$$S_\Lambda = k \frac{\pi c^3}{\hbar G} \ell_\Lambda^2 = k \frac{3\pi c^3}{\hbar G} \frac{1}{\Lambda}$$

$$\frac{k}{4} \frac{4\pi R_{\text{BH}}^2}{(\ell_{\text{pl}})^2}$$

$$kT_\Lambda = \frac{\hbar c}{2\pi} \frac{1}{\ell_\Lambda} = \frac{\hbar c}{\sqrt{12\pi}} \sqrt{\Lambda}$$

$$\frac{\hbar c}{4\pi} \frac{1}{R_{\text{BH}}}$$

現在観測できる(particle horizon内の) 宇宙のエントロピー

$$R_{\text{obs}} = a(t) \int_{t'=0}^t \frac{c}{a(t')} dt' = 46.9 \pm 0.4 \text{ Gyr}$$

Egan & Lineweaver
ApJ 710(2010)1825

Component	Entropy Density $s (k \text{ m}^{-3})$	Entropy $S (k)$
SMBHs	$8.4^{+8.2}_{-4.7} \times 10^{23}$	$3.1^{+3.0}_{-1.7} \times 10^{104}$
Stellar BHs ($2.5\text{--}15 M_\odot$)	$1.6 \times 10^{17^{+0.6}_{-1.2}}$	$5.9 \times 10^{97^{+0.6}_{-1.2}}$
Photons	$1.478 \pm 0.003 \times 10^9$	$5.40 \pm 0.15 \times 10^{89}$
Relic Neutrinos	$1.411 \pm 0.014 \times 10^9$	$5.16 \pm 0.15 \times 10^{89}$
WIMP Dark Matter	$5 \times 10^{7 \pm 1}$	$2 \times 10^{88 \pm 1}$
Relic Gravitons	$1.7 \times 10^{7^{+0.2}_{-2.5}}$	$6.2 \times 10^{87^{+0.2}_{-2.5}}$
ISM and IGM	20 ± 15	$7.1 \pm 5.6 \times 10^{81}$
Stars	0.26 ± 0.12	$9.5 \pm 4.5 \times 10^{80}$
Total	$8.4^{+8.2}_{-4.7} \times 10^{23}$	$3.1^{+3.0}_{-1.7} \times 10^{104}$
Tentative Components:		
Massive Halo BHs ($10^5 M_\odot$)	10^{25}	10^{106}
Stellar BHs ($42\text{--}140 M_\odot$)	$8.5 \times 10^{18^{+0.8}_{-1.6}}$	$3.1 \times 10^{99^{+0.8}_{-1.6}}$

Cosmic event horizon 内のエントロピー

Component	Entropy $S (k)$
Cosmic Event Horizon	$2.6 \pm 0.3 \times 10^{122}$
SMBHs	$1.2_{-0.7}^{+1.1} \times 10^{103}$
Stellar BHs ($2.5\text{--}15 M_\odot$)	$2.2 \times 10^{96_{-1.2}^{+0.6}}$
Photons	$2.03 \pm 0.15 \times 10^{88}$
Relic Neutrinos	$1.93 \pm 0.15 \times 10^{88}$
WIMP Dark Matter	$6 \times 10^{86 \pm 1}$
Relic Gravitons	$2.3 \times 10^{86_{-3.1}^{+0.2}}$
ISM and IGM	$2.7 \pm 2.1 \times 10^{80}$
Stars	$3.5 \pm 1.7 \times 10^{78}$
Total	$2.6 \pm 0.3 \times 10^{122}$
Tentative Components:	
Massive Halo BHs ($10^5 M_\odot$)	10^{104}
Stellar BHs ($42\text{--}140 M_\odot$)	$1.2 \times 10^{98_{-1.6}^{+0.8}}$

Egan & Lineweaver
ApJ 710(2010)1825

$$R_{\text{CEH}} = a(t_{\text{now}}) \int_{t=t_{\text{now}}}^{\infty} \frac{c}{a(t)} dt$$

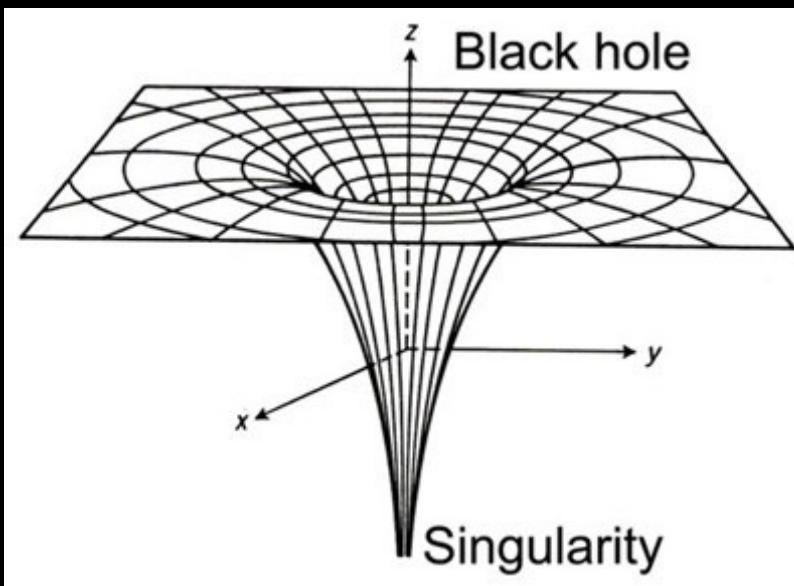
$$R_{\text{CEH}} = 15.7 \pm 0.4 \text{ Glyr},$$

$$V_{\text{CEH}} = 1.62 \pm 0.12 \times 10^4 \text{ Glyr}^3 \\ = 1.37 \pm 0.10 \times 10^{79} \text{ m}^3.$$

この外側にも無限体積の宇宙が広がっているが(多分)、 R_{CEH} の外側の観測者は、内部のわれわれの存在を知ることができない

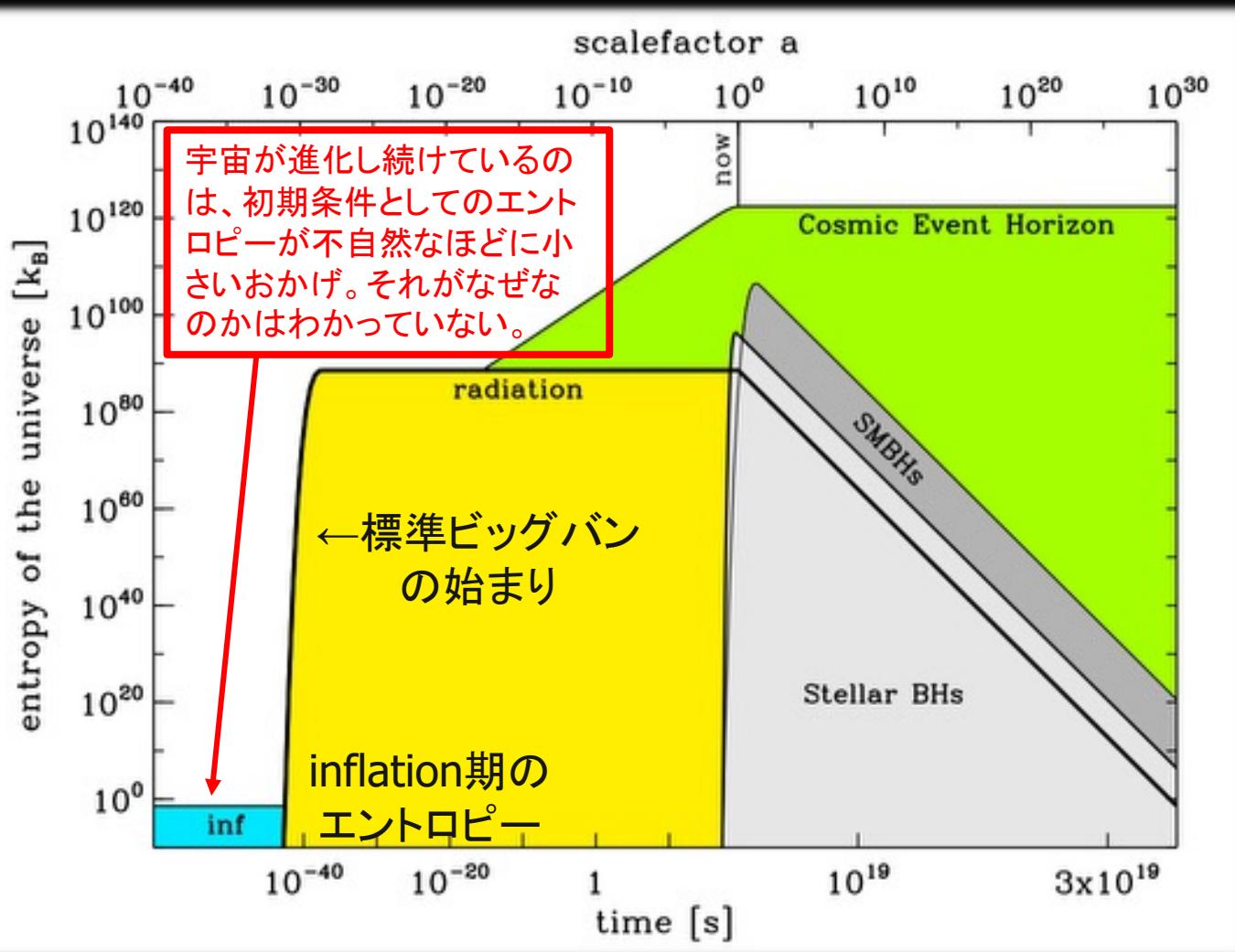
宇宙の未来と熱的死

- 宇宙は、エントロピー増加にしたがって物質構造（秩序）を失い一様分布する方向に進化する**わけではない**
- 物質が**巨大BH**内に落ち込む（構造の形成）ように進化するほうがエントロピー的に**プラス**
 - BHは内部に膨大な体積をもつからと解釈してもいいかも？



- この宇宙が本当にドジッタ一時空に漸近するならば（ダークエネルギーが厳密に宇宙定数の場合）、我々を中心とするCEH球は外部の観測者にとっては一つのブラックホールのように振る舞う。地平線球の全エントロピーは、その中のブラックホールではなく、ドジッタ一時空自体のエントロピーが圧倒的

宇宙のエントロピーの時間変化



- 現在の宇宙はドジッタ一時空に漸近すると予想される
 - すべてのブラックホールはホーキング輻射を出し、やがては蒸発してしまう
 - 宇宙は一つのブラックホールとしてのドジッターエントロピーだけを持つ
- ドジッター温度 $T_A \sim 10^{-33} \text{eV}$

6 ボルツマン脳

ゆらぎによって生まれる任意の構造

- 「局所的には」 エントロピーの小さな構造が生まれてもよい
 - 自己重力系（星）は、それ自身のエントロピーを減少させるが、その際には外界にそれ以上のエントロピーを放出する。生物の誕生・進化も同じ
- 物理過程を経ることなく、全くのゆらぎから突如として秩序を持った構造が生まれる可能性はどれほど低い？
 - 現在の宇宙 ($T=3K$)と熱平衡にある 1kg の構造（ボツルマン脳）がゆらぎとして生まれる確率

$$\exp\left(-\frac{1\text{kg}}{3\text{K}}\right) = \exp\left(-\frac{6 \times 10^{23} \text{ GeV}}{3 \times 10^{-4} \text{ eV}}\right) = \exp(-2 \times 10^{36}) \sim 10^{-10^{36}}$$

- これに宇宙年齢(138億年)と地平線球体積 $(138\text{億光年})^3$ をかけても、確率はほとんど同じ（だからどの単位を使うかすら、もはやどうでもよい！）

ボルツマン脳

- 現在観測できる地平線球内に存在するボルツマン脳の数の期待値は10の(マイナス 10^{36})乗なので、通常の人間が圧倒的に多い
- 今から1兆年以上経過すると、人間はおろか通常の物質からなる全ての構造は消滅する
 - しかし、その宇宙はドジッター温度 $T_A \sim 10^{-33} \text{ eV}$ 以下にはならない
- 十分な時間が経過した宇宙に知性が存在するならば、ボルツマン脳のみとなっているはず

$$N_{\text{BB}} \sim t(ct)^3 \exp\left(-\frac{1\text{kg}}{10^{-33} \text{ eV}}\right) \sim t^4 10^{-10^{66}} \Rightarrow t \gg 10^{10^{66}} \text{ sec} \Leftrightarrow N_{\text{BB}} \gg 1$$

ボルツマン脳の記憶と世界の歴史

- ボルツマン脳は不安定なので、たとえ生まれてもすぐに消滅してしまうはずだが、ごくまれには思考する時間がある程度に安定なものがあるかも（ここまで来ると「まれ」という言葉には意味がない）
 - 皆さんと全く同じ記憶を持つ脳すら突然生まれたかもしれない
 - しかしその記憶は、外の世界の歴史とは因果的関係をもたない
- 今から10の（ 10^{66} 乗）億年先のほぼすべてが消滅した宇宙（安定な粒子である光子と重力子のみが残っている？）に、突如「天の川銀河太陽系第3惑星日本国高知県安芸市に生まれ高知工科大でセミナーをした」記憶を持つ意識が現れても、それは無意味な信号の集まりとしての記憶でしかない
 - とはいって、検証する間もなく瞬時に消滅してしまうだろうが…

7 毒食らわば皿まで

(ボルツマン脳からボルツマン宇宙へ)

自分がボルツマン脳でないと断言できるか？

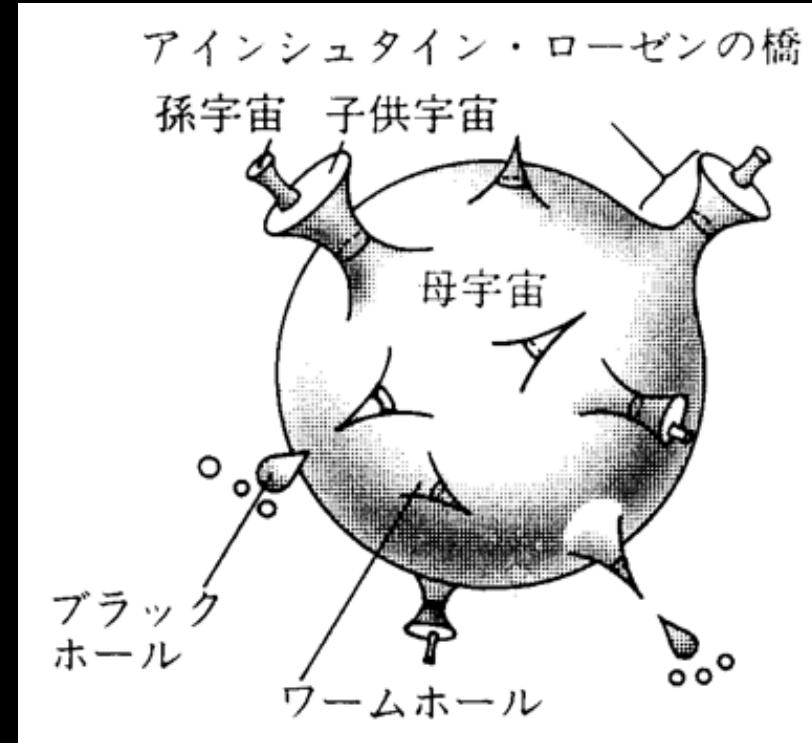
- ゆらぎではないと考えられる（状況）証拠
 - 自分は脳として機能する最低限のパツのみならず、周りの人と似た構造をしている
 - ⇒ ボルツマン人間では？
 - 自分が生まれたときから成長して現在に至るまでの写真やビデオが記録として残っている
 - ⇒ ボルツマン一家では？
 - 自分は周囲の人々と同じ記憶を共有している
 - ⇒ ボルツマン町内会では？
 - 世界中で一度も会ったことのない人達が同じ歴史を共有
 - ⇒ ボルツマン地球では？

ボルツマン地球、ボルツマン銀河…

- 確かにこの宇宙で自分だけがゆらぎから生まれたボルツマン脳である可能性はほぼ否定できるだろう
 - 自分の記憶と周りの世界との因果的整合性を確認すればよい
- しかしその周りの世界もまた一挙にゆらぎから生まれて歴史を共有してきたとすれば、互いの因果的整合性は保たれているはず
 - 地球は今から46億年前に突如ゆらぎから誕生したボルツマン地球かも？それが納得できなければ、ボルツマン太陽系、ボルツマン銀河…
 - 国民大衆は（中略）心情の単純な愚鈍さからして、小さな嘘よりも大きな嘘の犠牲となり易いからである。というのは、かれら自身、もちろんしばしば小さな嘘をつくのだが、しかし大きな嘘をつくのはあまりにも恥ずかしくも感じてしまうからである — アドルフ・ヒトラー『わが闘争』

ボルツマン宇宙と宇宙の多重発生

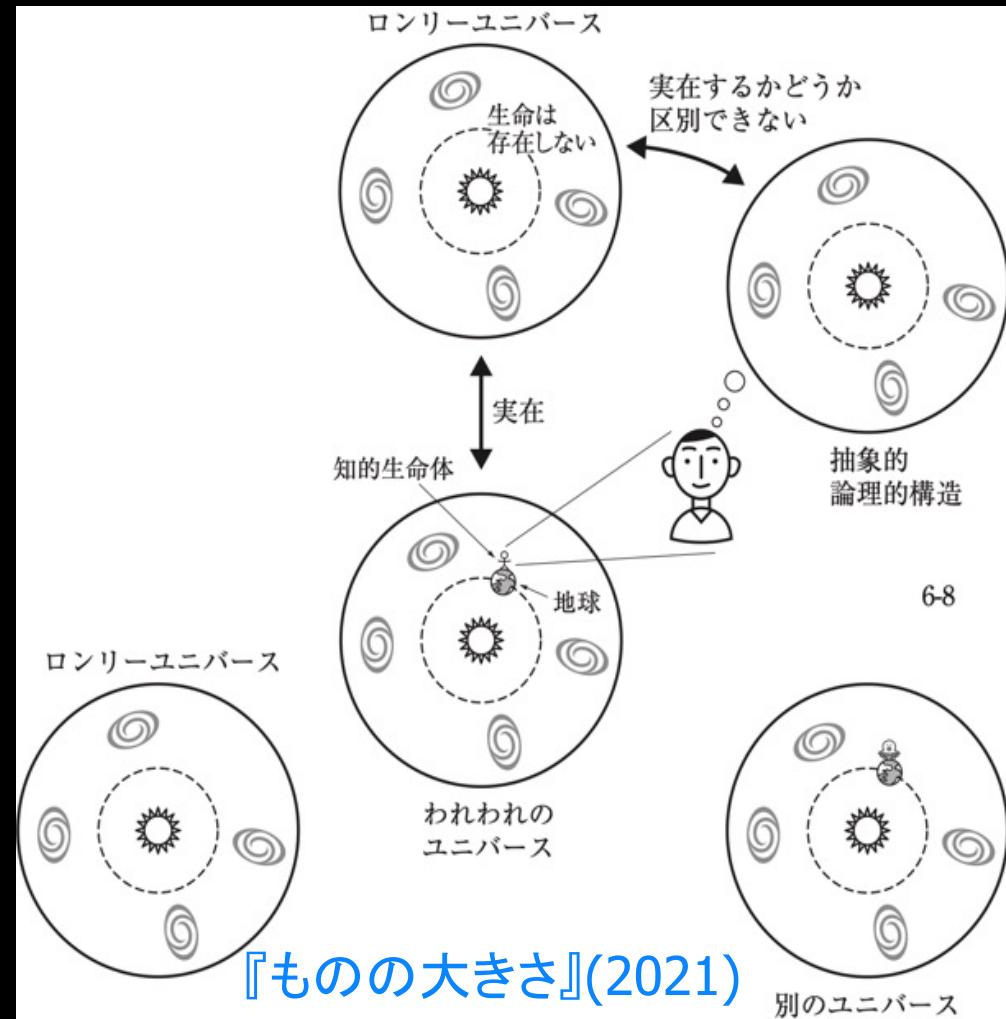
- とすれば、論理的にもっとも整合性がとれているのは、観測できる範囲の宇宙そのものがより大きな宇宙（マルチバース）の中のゆらぎから生まれたボルツマン宇宙である可能性
 - これこそが1895年のBoltzmannの論文の本質？
 - *But can we imagine, on the other side, how small a part of the whole universe this world is? Assuming that the universe great enough, the probability that such a small part of it as our world should be in its present state, is no longer small.*
- この思想を、インフレーション宇宙論の枠内で具体的に提案したのが佐藤勝彦たちの論文



K.Sato, H.Kodama,
K.Maeda & M.Sasaki,
Phys.Lett.B108
(1982)103

Lonely World/Universe

- 遠い将来、この宇宙では物質からなる秩序と構造がすべて消滅する（そこには宇宙の存在を認識できる意識も存在しない）
- そんな宇宙を「実在」と呼べるのか？もしそれを認めるならば、純粹に数学的に無矛盾な抽象的論理構造もあまねく実在と解釈すべきでは（レベル4 マルチバース）？
- あるいは、そのどこかに一時的にボルツマン脳が生まれ、宇宙の存在を確認してくれるのかも？
- われわれの宇宙も、そのようなレベル4 マルチバース内のボルツマン宇宙の例かも？



8 怪しいまとめ

“On Certain Questions of the Theory of Gases”

We assume that the whole universe is, and rests for ever, in thermal equilibrium. The probability that one (only one) part of the universe is in a certain state, is the smaller the further this state is from thermal equilibrium ; but this probability is greater, the greater is the universe itself. If we assume the universe great enough, we can make the probability of one relatively small part being in any given state (however far from the state of thermal equilibrium), as great as we please. We can also make the probability great that, though the whole universe is in thermal equilibrium, our world is in its present state. It may be said that the world is so far from thermal equilibrium that we cannot imagine the improbability of such a state. But can we imagine, on the other side, how small a part of the whole universe this world is ? Assuming the universe great enough, the probability that such a small part of it as our world should be in its present state, is no longer small.

物理法則に反しない事象は必然的に実現する

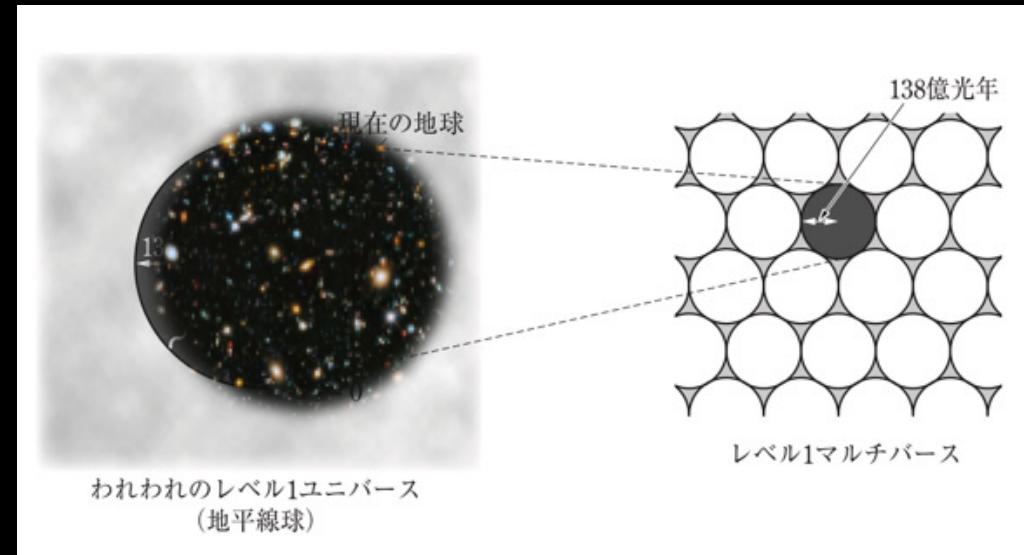
- 閉じた系におけるエントロピー増大の法則と、そのなかで局所的にエントロピーの低い秩序構造ができるることは矛盾しない
- その確率はとてつもなく小さいものの、それ以上にとてつもなく大きな時間と空間スケールを考えると、それが実現する期待値は確実に 1 を上回る
- ほぼ熱的進化を終えた将来の宇宙に、ゆらぎからボルツマン脳が生まれる可能性は 0 ではない
- 我々が住む「宇宙」は、かつてそのような状況でゆらぎから生まれたボルツマン宇宙なのかもしれない

Everything not forbidden by the laws of nature is mandatory
— Carl Sagan, Contact

「我々の宇宙」の不科学的・哲学的起源？

- ほぼ無限体積の宇宙（時空）の存在を仮定（レベル2あるいはレベル4マルチバース）
- その中の極めて一様かつ等方な領域をゆらぎとみなす
 - 因果関係を持ち熱平衡状態にある
 - エントロピーが低い
 - 有限な真空のエネルギー（宇宙定数）を持つ
- その領域が指数関数的膨張をして、現在の「我々の宇宙」を遙かに超えた体積まで因果的関係をもつ一様等方な領域となる（レベル1マルチバース）
 - 「我々の宇宙」とはその元であるレベル1ユニバースの一例

「我々の宇宙」の不科学的・哲学的起源？



その後、138億年かけて
さらに $(10^{30})^3$ 倍以上の
体積に膨張

瞬時に $(10^{30})^3$ 倍以上の
体積に指数関数的膨張

因果律を満たす
一様等方な
coherentゆらぎ



「宇宙がもともとあった」に納得できなければ、さらに「宇宙は無から創生された」と主張し、無限に続く禅問答の連鎖を避けるしかない。しかし、「無」はそこから宇宙を生み出す「法則」を備えているのだろうか？