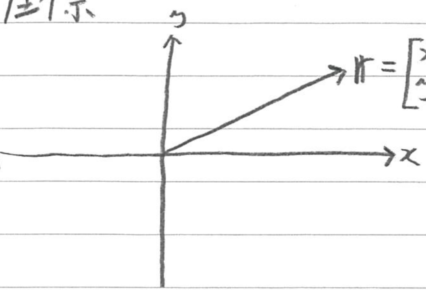
運動と振動 講義第1回目

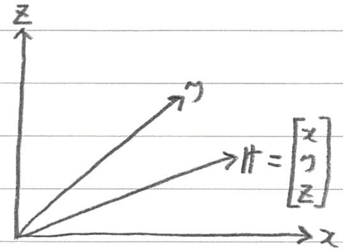
・単位・力学の三法則

・座標

2次元



3次元



・速度・加速度

位置 [m] $\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

速度 [m/s] $\boldsymbol{v} = \dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{bmatrix}$ ライプニッツ形式

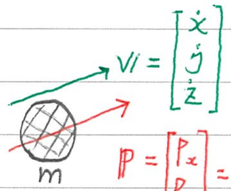
$\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{r}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$ ニュートン形式

加速度 [m/s²] $\boldsymbol{a} = \dot{\boldsymbol{v}} = \ddot{\boldsymbol{r}} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}$

・運動量(運動の強さ)

$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\dot{x} \\ m\dot{y} \\ m\dot{z} \end{bmatrix}$

質量



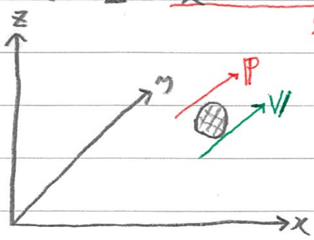
$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\dot{x} \\ m\dot{y} \\ m\dot{z} \end{bmatrix}$

○力学の三法則

・第一法則(慣性の法則)

物体に外力が発生しなければ、その運動量は変化しない。 ⇒ 第一法則が成り立つ座標系を「慣性座標系」と呼ぶ。

定義



No. 1
Date 12.10.X

運動と振動 第2回 講義ノート

[前回] ニュートン力学 ⟶ 力学の三法則 — 実験的な観察から導いた。

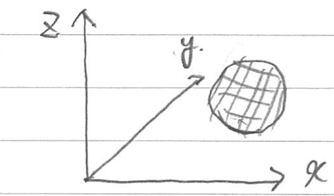
$\Updownarrow$

相対性理論・量子力学

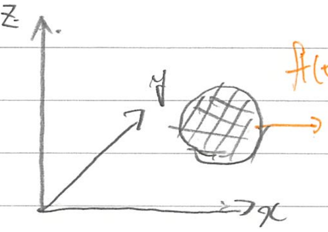
目視的なスケールでかつ光速よりも遅い速さを扱う際の無矛盾かつ完結的な。

- 第一法則 … 物体に外力が発生しなければ、その運動量は変化しない。
- 第二法則 … 物体に力が作用するとき、その物体の運動量は力積に応じて変化する。

〈第一法則〉



〈第二法則〉



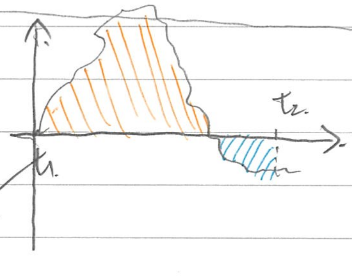
$$f(t) = \begin{bmatrix} f_x(t) \\ f_y(t) \\ f_z(t) \end{bmatrix}$$

x軸の運動量 $P_x(t)$ は、

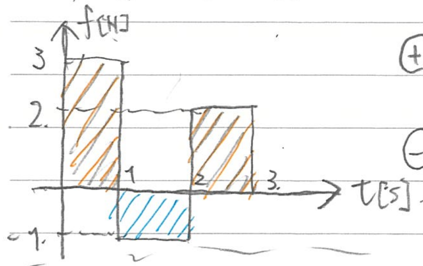
$$\Delta P_x = P_x(t_2) - P_x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} f_x(t)\,dt$$

[力積：時間によって力の積を取る]

(力積 = 橙 − 青)



〈力積の演習〉



$\oplus$ $\int_0^1 3\,dt + \int_2^3 2\,dt = 3 + 2 = 5$

$\ominus$ $\int_1^2 (-1)\,dt = -1$

よって $\Delta P_x = 5 - 1 = 4$ [N s]

$$\Delta P_x = P(t_2) - P(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} f_x(t)\,dt$$

$$\Big[\, P_x(t) \,\Big]_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} f_x(t)\,dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \dot{P}_x(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} f_x(t)\,dt$$

両辺をtで微分

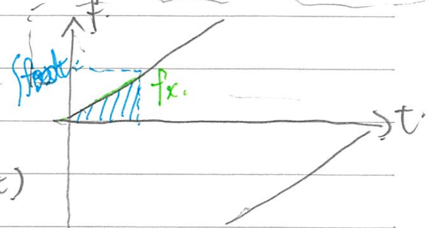
$$\dot{P}_x(t) = f_x(t)$$

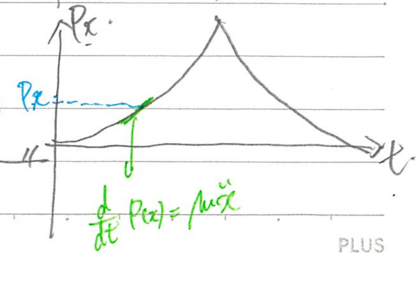
$\dot{P}_x(t) = m\dot{x}(t)$ より

$$m\ddot{x}(t) = f_x(t)$$

運動方程式

$(ma = F)$



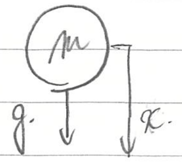


PLUS

<演習>

運動方程式を立てよ。

$m=1$ [kg]、$g=9.8$ [m/s²] とすると、$t=5$ [s] における速度と位置は？



$m\ddot{x} = f$

$m\ddot{x} = mg$

$\ddot{x} = g$

$\dot{x} = gt + C$

$C = 0$ より

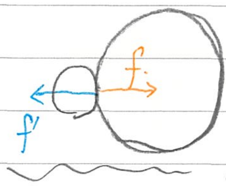
$\dot{x} = 49$ m/s //

$x = \frac{1}{2}gt^2 + Ct + C'$ $\quad x = \frac{1}{2}gt^2$

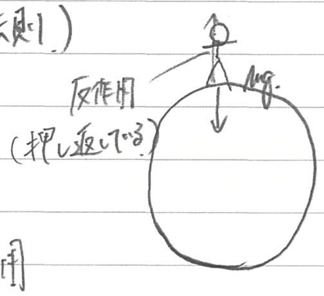
$= 122.5$ m $\fallingdotseq 123$ m //

$(C=0, C'=0)$

○ 第三法則（作用・反作用の法則）



作用・反作用



力は何もないところから生じない。

必ず反作用が生じる。

大きさが等しい逆向きの力

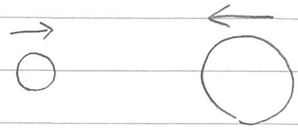
運動と振動　第3回　12/13

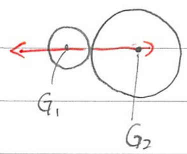
ニュートン力学

三法則

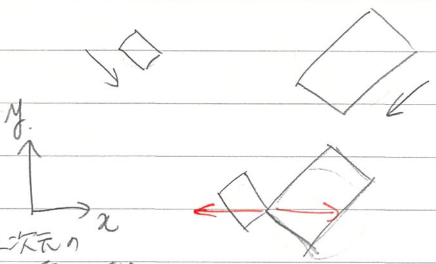
- 第一の法則 ⇒ 慣性の法則　mv
- 第二の法則 ⇒ $\Delta mv = F\Delta t$ ⇒ 運動方程式
- 第三の法則 ⇒ 作用反作用の法則

◦ 衝突





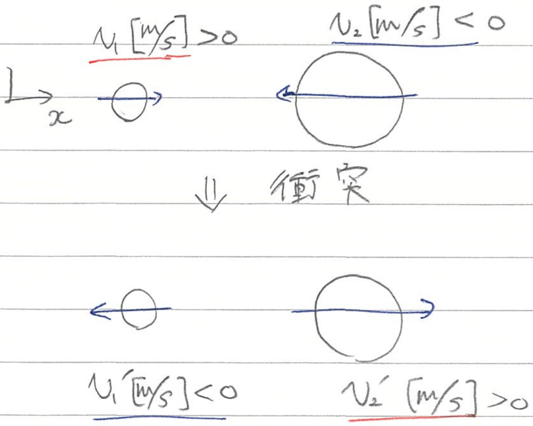
力の作用線が重心を通る
⇒ 向心衝突



二次元の動きになる

力の作用線が重心を通らない
⇒ 偏心衝突

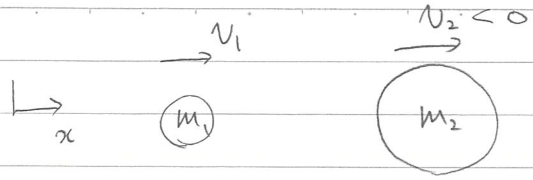
◦ 反発係数

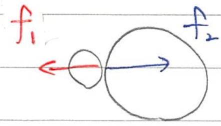


$$e = -\frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$$

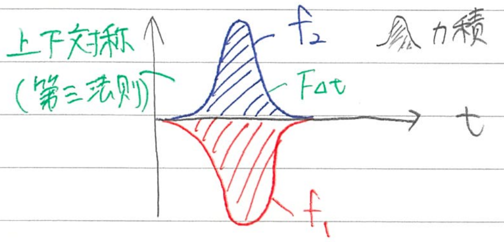
$$0 \leqq e \leqq 1$$

反発係数は衝突前後の相対速度の比





— 同じ大きさの力が逆向きに作用
(第三法則)



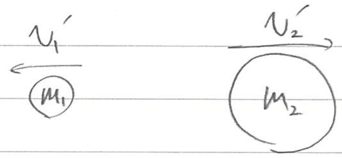
2物体の運動量の和

$P_{1\text{-}2} = P_1 + P_2 = m_1v_1 + m_2v_2$

・m_1は $\int f_1\,dt$ の分だけ運動量変化(減)

・m_2は $\int f_2\,dt$ の分だけ運動量変化(増)

第二法則



$$P'_{1\text{-}2} = \underbrace{m_1v_1'}_{-F\Delta t} + \underbrace{m_2v_2'}_{+F\Delta t}$$

⇓

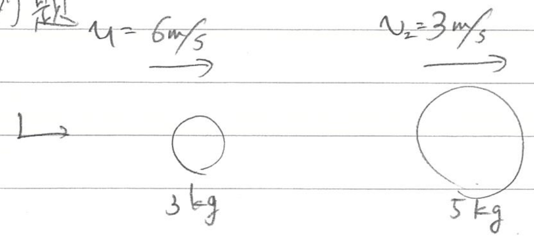
衝突前後で2つの物体の運動量の和は変化しない

→ 運動量保存の法則

$$P_{1\text{-}2} = P'_{1\text{-}2}$$

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

例題



反発係数が $e = 0.55$ のとき 衝突後の速度は? (v_1', v_2')

連立
1. 運動量保存の法則　$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$
2. 反発係数の式　$e = -\dfrac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$

$3v_1' + 5v_2' = 33$

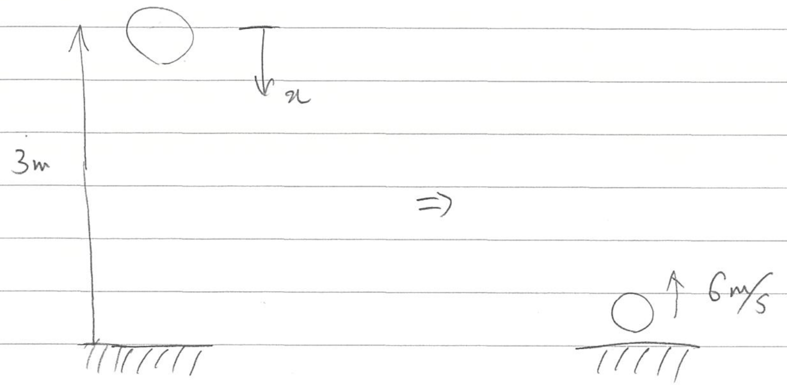
$-v_1' + v_2' = 1.65$

$v_1' = 3.09\,[m/s]$, $v_2' = 4.74\,[m/s]$

No.

Date

例題



3mの位置から落とした球が 6m/s で跳ね返ってきた。
このときの反発係数 e は?

$$e = -\frac{v_1'}{v_1}$$

自由落下

$$m\ddot{x} = mg$$
$$\ddot{x} = g$$
$$\dot{x} = gt + \underbrace{C}_{=0}$$
$$x = \frac{1}{2}gt^2 + C'$$

$$3 = \frac{1}{2}gt^2$$
$$t = \sqrt{\frac{6}{g}}$$
$$v_1 = g \cdot \sqrt{\frac{6}{g}} = \sqrt{6g}$$

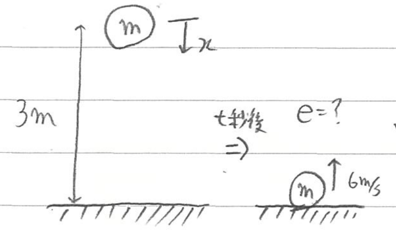
運動と振動　第4回

前回　ニュートン力学

- 第一法則 ⇒ 慣性の法則
- 第二法則 ⇒ 運動量変化 = 力積
- 第三法則 ⇒ 作用・反作用

衝突問題
- 運動量保存　$m_1V_1 + m_2V_2 = m_1V_1' + m_2V_2'$
- 反発係数　$e = -\dfrac{V_1' - V_2'}{V_1 + V_2}$

②の解説



$$m\ddot{x} = mg$$

$$\ddot{x} = g$$

$$V = \dot{x} = gt + C \xrightarrow{V(0)=0} 0 = 0 + C \quad \therefore C = 0$$

$$x = \int gt\,dt = \frac{1}{2}gt^2 + C' \xrightarrow{x(0)=0} C' = 0$$

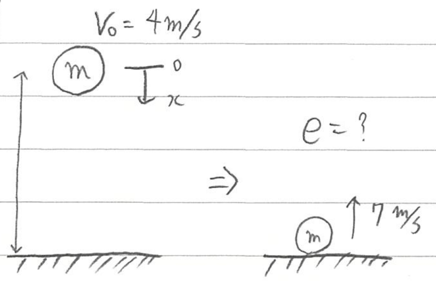
$$x = \frac{1}{2}gt^2$$

$e = -\dfrac{V'}{V}$　　t秒後に衝突　$3 = \dfrac{1}{2}gt^2$　$\therefore t = \sqrt{\dfrac{6}{g}}$

$$V = gt = \sqrt{6g}$$

$$e = -\frac{-6}{\sqrt{6g}} = 0.78$$

今回



$$\begin{cases} m\ddot{x} = mg \\ V = \dot{x} = gt + C \\ x = \frac{1}{2}gt^2 + Ct + C' \end{cases}$$

$V_0 = 4m/s \Rightarrow 4 = 0 + C \quad \therefore C = 4$

$x(0) = 0 \Rightarrow C' = 0$

$$\begin{cases} V = gt + 4 \\ x = \frac{1}{2}gt^2 + 4t \end{cases}$$

x=3 代入　$3 = \dfrac{1}{2}gt^2 + 4t$

$$\frac{1}{2}gt^2 + 4t - 3 = 0$$

$$t = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot\frac{1}{2}g\cdot(-3)}}{2\cdot\frac{1}{2}g} = 0.474\ (s) \quad (t > 0)$$

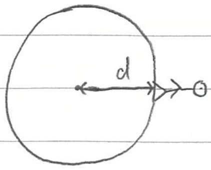
$$V = 0.474 \times g + 4 = 8.65 \quad (m/s)$$

$$e = -\frac{-7}{8.65} = 0.81$$

PLUS

・様々な力

✓ 重力



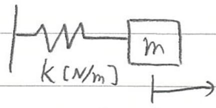
$$f = G\frac{M \cdot m}{d^2}$$

$$= m\boxed{\frac{GM}{d^2}} \fallingdotseq g$$

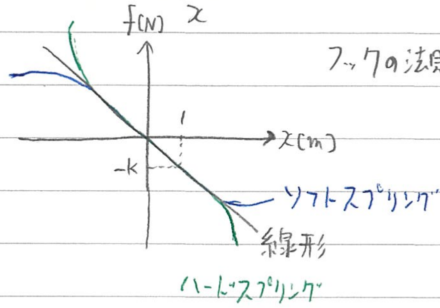
$g = 9.78 \sim 9.83\ [m/s^2]$

$\fallingdotseq 9.81\ [m/s^2]$

✓ バネ力

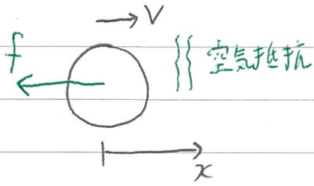


$m\ddot{x} = -kx$

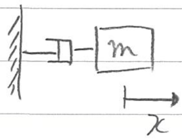


フックの法則 $f = -kx$

✓減衰力



$m\ddot{x} = -c\dot{x}$

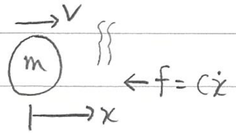


速度が大きいと $f = c\dot{x}^2$

$f = cV = c\dot{x}$

$[N/(m \cdot s)]$ 粘性減衰定数

例題



t秒後 の V, x を求めよ

次回解説

$t = 4$ (s) における速度 V を求めよ
但し、$c = 1\ [N/(m \cdot s)]$, $m = 2\ [kg]$ とする
$V_0 = 4$ m/s

$$m\ddot{x} = -c\dot{x}$$

$\dot{x} = V \quad \Rightarrow m\dot{V} = -cV$

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = -cV$$

$$\int \frac{1}{V} dV = -\int \frac{c}{m} dt$$

$$\ln|V| = -\frac{c}{m}t + \tau_1$$

$\ln e^n = n \quad \Rightarrow \quad \ln|V| = \ln\left|e^{-\frac{c}{m}t + \tau_1}\right|$

$$V = \pm e^{-\frac{c}{m}t + \tau_1}$$

$$= \tau' e^{-\frac{c}{m}t} \quad (\tau' = \pm e^{\tau_1})$$

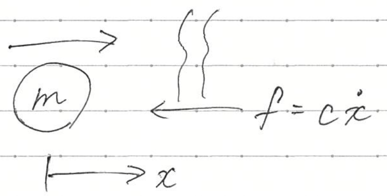
NO. 1

DATE 2024・Dec・20

運動と振動　第5回 ①

ニュートン力学
　第1〜3法則
　　→ 運動方程式　$m\ddot{x} = F$
　　→ 衝突時の運動量保存　$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

- 重力
- バネ力　→ 難しい ⇒ 次回以降
- 減衰力
- 摩擦力



$t = 4[s]$ における速度 V を求めよ.
但し、$c = 1\,[N/(m/s)]$, $m = 2\,[kg]$, $V_0 = 4\,[m/s]$ とする.

$\dot{x} = V$　$m\ddot{x} = -c\dot{x}$

$$m\dot{V} = -cV$$

$$m\frac{dV}{dt} = -cV$$

$$\int \frac{1}{V}dV = -\int \frac{c}{m}dt$$

$$\log_e|V| = -\frac{c}{m}t + c'$$

$$= \log_e\left(e^{-\frac{c}{m}t + c'}\right)$$

$$V = \pm e^{-\frac{c}{m}t + c'}$$

$$V = c'' \cdot e^{-\frac{c}{m}t} \qquad \pm e^{c'} = c''$$

$4 = c'' \cdot e^0$　　$4^0 = 1$

$$c'' = 4$$

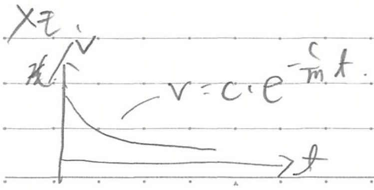
$$V = 4 \cdot e^{-\frac{c}{m}t}$$

$$= 4 \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot 4} = 4 \cdot e^{-2}$$

$$= 4 \cdot (0.1353)$$

$$= 0.67\ (m/s)$$

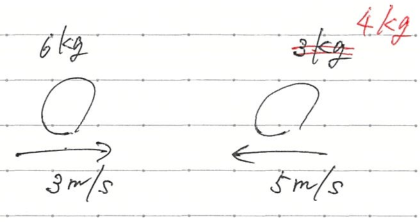
メモ



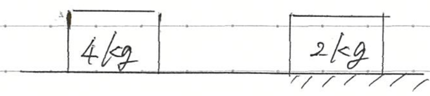
演習課題1　誤植.

1-1. 力の方向は図の ~~右~~ 左 向き

2.

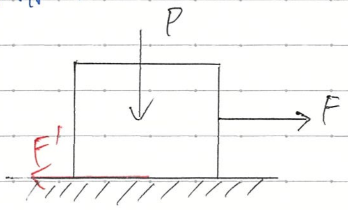


5. $V = \cancel{10}\,5\ m/s$



運動と振動 第5回②

摩擦力



P: 摩擦面に垂直な力

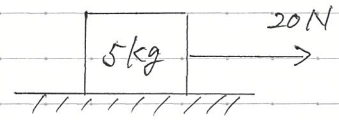
摩擦面に垂直な力Pが作用するとき、静止した物体にはたらく力を**静摩擦力**と言う。

このとき、$F' \leqq \mu_s P$ の関係がある。 → 最大静摩擦力

μ_s は定数で、**静摩擦係数**と呼ばれる。

→ 材質や表面状態で決まる。

Q.1

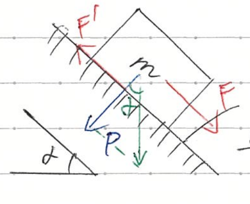


5kgの物体に20Nの水平力をかけると、動き始めた。静摩擦係数 μ_s を求めよ。

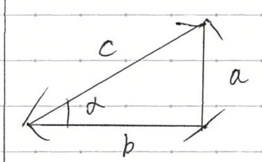
$$20 = \mu_s P$$

$$\mu_s = \frac{20}{P} = \frac{20}{mg} = \frac{20}{5 \times 9.81} = 0.41$$

このとき、物体が動き始める角度 α は？



$\mu_s = 0.41$



$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{c}{b}$$

$$F = F' = \mu_s P$$

$$mg \cdot \sin\alpha = \mu_s \cdot \cos\alpha \cdot mg$$

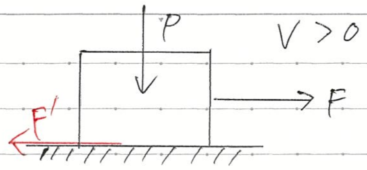
$mg\cos\alpha$ で割る

$$\tan\alpha = \mu_s$$

$$\alpha = \tan^{-1}(\mu_s) = 22.3^\circ$$

運動と振動 第5回 ③

NO. 3 DATE 2024 Dec 20

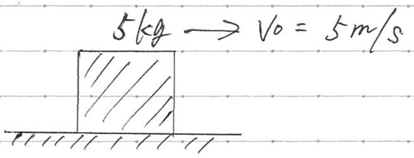


動いている物体に働く摩擦力 → 動摩擦力

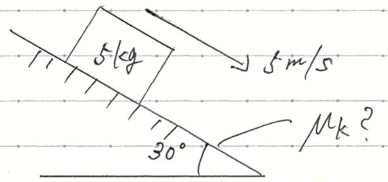
$F' = \mu_k P$

μ_k → kinetic

μ_k：動摩擦係数



運動している物体が動摩擦の影響により、3[s]後に停止した。この際の動摩擦係数 μ_k は？



10s後に停止した場合、動摩擦係数はいくらか？

運動と振動講義ノート 6回

ニュートン力学

第1,2,3法則

→ 運動方程式 $m\ddot{x}=F$

→ 運動量保存則 $m_1V_1+m_2V_2=m_1V_1'+m_2V_2'$

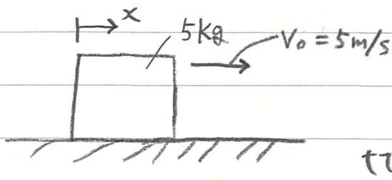
・重力

・バネカ

・減衰力

・摩擦力 < 静摩擦(大) / 動摩擦(小)

前回の問題



動摩擦の影響により、3[s]後に停止した。この際、動摩擦係数は? μ_K

$m\ddot{x}=F$

tで積分

$\cancel{m}\ddot{x}=-\mu_K \cancel{m}g$

$V=\dot{x}=-\mu_K g\cdot t+C$

$5=-\mu_K g\cdot 0+C$

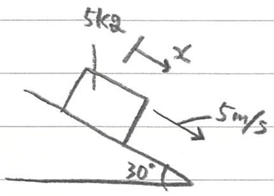
$C=5$

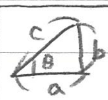
$V=-\mu_K g t+5$

$t=3,\ V=0$

$0=-\mu_K g\cdot 3+5$

$\mu_K=\frac{5}{3g}=\underline{0.17}$





$\sin\theta=\frac{b}{c}$
$\cos\theta=\frac{b}{c}$
$\tan\theta=\frac{c}{b}$

$t=10[s]$で停止した。μ_Kはいくらか?

$m\ddot{x}=F$

tで積分

$m\ddot{x}=mg\sin\theta-\mu_K mg\cos\theta$

$V=\dot{x}=(g\sin\theta-\mu_K g\cos\theta)t+C$

$V=(g\sin\theta-\mu_K g\cos\theta)t+5$

$t=10[s]$で、$V=0[m/s]$

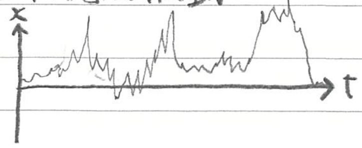
$g\sin\theta-\mu_K g\cos\theta=-\frac{5}{10}$

$\mu_K=\tan\theta+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{g\cos\theta}$

$=\underline{0.64}$

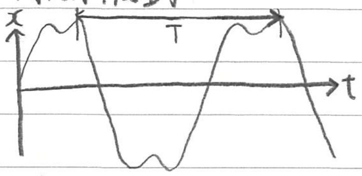
振動の種類

①不規則振動



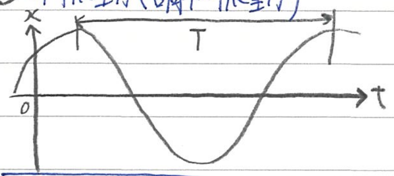
※振動の例
バネ，振り子，フライホイール，
コイル-コンデンサ回路，
分子における振動，
地震，原子核の振動

②周期振動

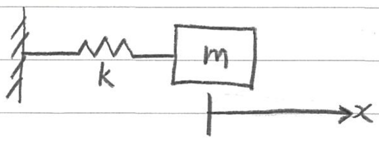


$x = f(t) = f(t + n \cdot T)$

③単振動（調和振動）



$\boxed{x = \underbrace{A}_{\text{振幅}} \cdot \sin(\underbrace{\omega}_{\text{角振動数}} t + \underbrace{\phi}_{\text{位相}})}$



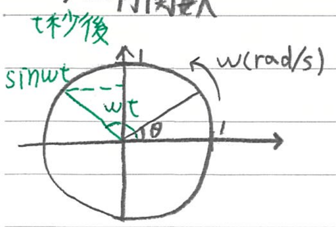
なぜsin？

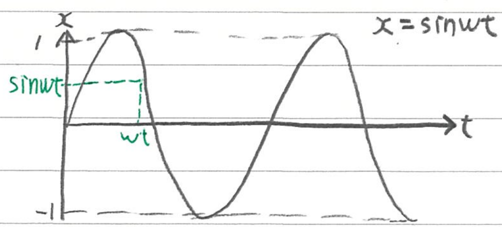
①直感的

②上のモデルから導出

・振幅が一定で滑らかな振動

⇒三角関数

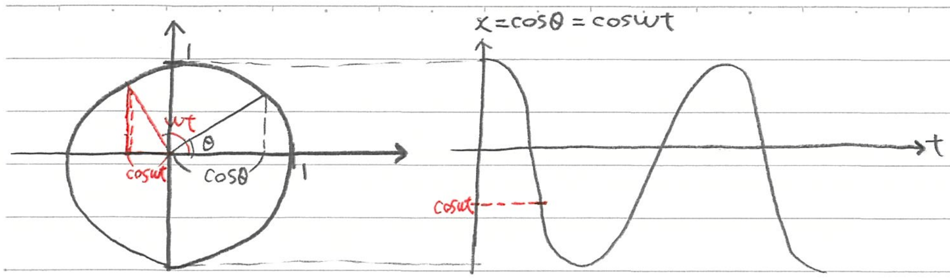




⇒円運動の射影

θ=ωtで回ると、一定周速度で運動

No. 3



$x = \cos\theta = \cos\omega t$
1
ωt
θ
$\cos\omega t$
$\cos\theta$
1
t
$\cos\omega t$

No. 1.
Date 1 . 7 . 火

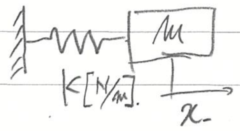
第7回 運動と振動 講義ノート

ニュートン力学 三法則 ┬ 運動方程式 $ma = F$
　　　　　　　　　　 └ 衝突前後の運動量保存

力・摩擦・重力・減衰力・バネ力 ←
　　運動(移動)　　　　　振動

(解法)　① 積分して一般解を求める($x = \sim$)
　　　　② 初期条件($t=0$のとき、$x=\sim$, $v=\sim$)を代入して解を導く。

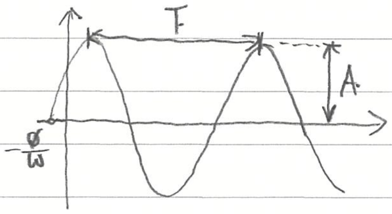
○単振動。



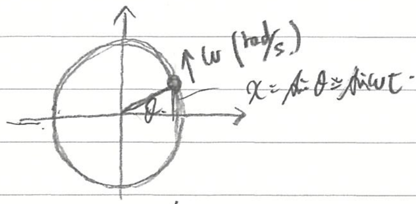
運 $F = ma$.
$\boxed{m\ddot{x} = -kx}$

① 直感で解く(解を仮定)
② 数学的に導く(変数分離)

〈単純な問題〉 $m\ddot{x} = -mg$
$\ddot{x} = -g$
$\dot{x} = -gt + C$
$x = -\frac{1}{2}gt^2 + Ct + C'$

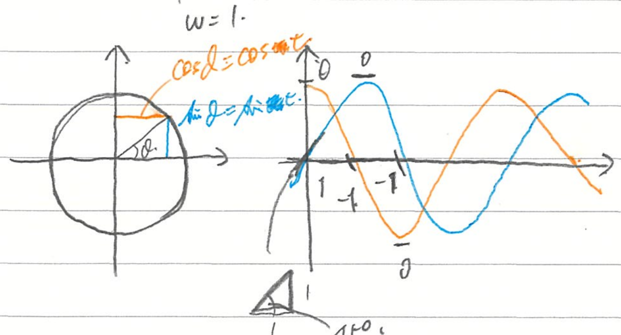


$x = A\sin(\omega t + \phi)$



一定速度の円運動を縦軸に射影 → $\sin\omega t$
　　〃　　　　　　横軸　〃　 → $\cos\omega t$
⇓
振動を表せそう

$\omega = 1$



$\frac{d}{dt}(\sin t) = \cos t$
$\frac{d}{dt}(\cos t) = -\sin t$

※ $\omega \neq 1$ だと
$\boxed{\frac{d}{dt}(\sin\omega t) = \omega\cos\omega t}$

(合成関数の微分)
$f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

①
$x = A\sin(\omega t + \phi)$ とすると、
$\dot{x} = A\omega\cos(\omega t + \phi)$
$\ddot{x} = -A\omega^2\sin(\omega t + \phi)$
運 $m\ddot{x} = -kx$ に代入すると、

$m \cdot -A\omega^2\sin(\omega t + \phi) = -k \cdot A\sin(\omega t + \phi)$

$-m\omega^2 = -k$
$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$
固有円振動数

$\frac{\omega_n}{2\pi} = f_n$ [Hz]
固有振動数

$x = A\sin(\omega_n t + \phi)$, $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$
初期位相

PLUS

$t=0$ で $v=0$ [m/s], $x=1$ [m] とすると.

$m=1$ [kg], $k=1$ [N/m] のとき. 固有角振動数 ω_n と振動の解を求めよ.

$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{1}} = 1$ [rad/s] //

$t=0$ で $v=0$ [m/s] より,　$\dot{x} = A\omega_n \cos(\omega_n t + \phi)$

$0 = A \cdot 1 \cdot \cos\phi$　$A \neq 0$ より $\cos\phi = \frac{\pi}{2}$

$t=0$ で $x=1$ より　$x = A\sin(\omega_n t + \phi)$

$1 = A\sin\frac{\pi}{2}$

$A = 1$　よって. 振動の解は. $x = \sin(\omega_n t + \frac{\pi}{2})$

$\omega_n = 1$ [rad/s] //

第8回 運動と振動

No. 1
Date 2025. 1. 10

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -w_n^2 x \quad , \quad w_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$\frac{dx}{dt}$をかける

$$\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2} = -w_n^2 x \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right) = \frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{2}w_n^2 x^2\right)$$

tで積分

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \cancel{-w_n^2x^2 + C} \qquad w^2B^2 = C$$

$$= w_n^2(B^2 - x^2)$$

$$\frac{dx}{dt} = \pm w_n\sqrt{B^2 - x^2}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{B^2 - x^2}}\,dx = \pm\int w_n\,dt$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{x}{B}\right) + C_1 = \pm w_n t + C_2$$

$$\pm\frac{x}{B} = \sin(w_n t + C')$$

$$x = \pm B\sin(w_n t + C')$$

$$x = A\sin(w_n t + \phi) \qquad w_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

補足

$$x = B\sin\theta$$

$$\frac{dx}{d\theta} = B\cos\theta$$

$$dx = B\cos\theta \cdot d\theta$$

$\int \frac{1}{\sqrt{B^2-x^2}}\,dx$に代入すると。

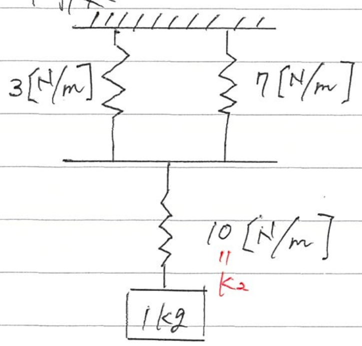
$$\int \frac{B\cos\theta}{\sqrt{B^2 - B^2\sin^2\theta}}\,d\theta = \theta + C_1 = \sin^{-1}\frac{x}{B} + C_1$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{B^2 - x^2}}\,dx = \sin^{-1}\left(\frac{x}{B}\right) + C_1$$

$$\sin(-x) = -\sin(x)$$

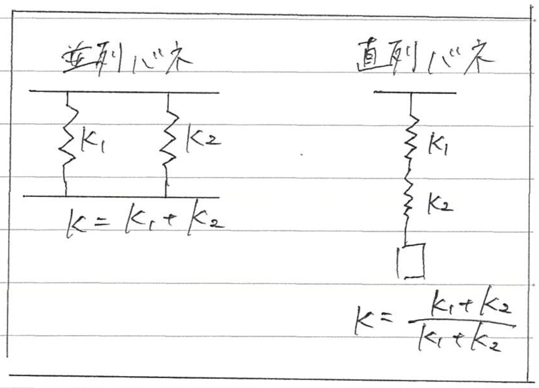
$$\pm B = A \quad , \quad C' = \phi$$

問題



$$k_1 = 3 + 7 = 10\,[N/m]$$

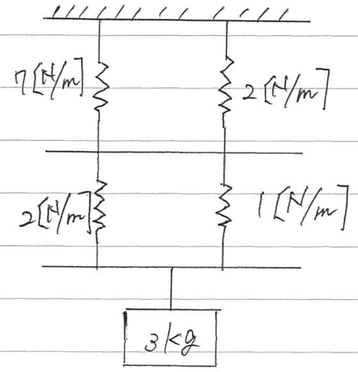
$$k = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5\,[N/m]$$



$$w_n = \sqrt{\frac{5}{1}} = 2.24\,[rad/s]$$

$$f_n = \frac{w_n}{2\pi} = 0.357\,[Hz].$$

PLUS



$\rightarrow k_1 = 7+2 = 9\ [N/m]$.

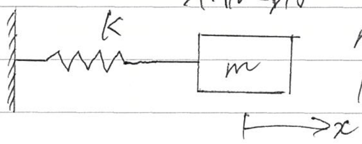
$\rightarrow k_2 = 2+1 = 3\ [N/m]$

$$K = \frac{9 \cdot 3}{9+3} = \frac{9}{4}\ [N/m]$$

$$W_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = 0.866\ [rad/s]$$

$$f_n = \frac{W_n}{2\pi} = 0.138\ [Hz]$$

単振動



$m = 10\,kg$.
$K = 200\ N/mm$

$t=0$ で: $x_0 = 5\,mm$, $V_0 = 1\ m/s$

固有角振動数 w_n, 振幅 A, 初期位相 ϕ.
解 x, 最大加速度を求めよ.

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\boxed{\begin{aligned} & x = A\sin(w_n t + \phi),\quad w_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \\ & \frac{dx}{dt} = Aw\cos(w_n t + \phi) \end{aligned}}$$

$$W_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{200 \times 10^3}{10}} = 141\ [rad/s].$$

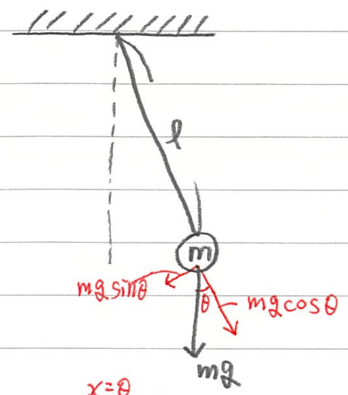
連立 $\left(\begin{aligned} 0.005 &= A\sin(\phi) \\ 1 &= Aw_n\cos(\phi) \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{aligned} A &= \frac{0.005}{\sin\phi} = 8.68 \cdot 10^{-3}\ [m] = 8.68\ [mm]. \\ \phi &= 0.957\ [rad]. \end{aligned}$

$$x = 8.68 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(w_n t + 0.957)$$

最大加速度 $Aw_n^2 = 8.68 \cdot 10^{-3} \cdot 141^2 = 173\ [m/s^2]$.

運動と振動 講義ノート

◦振り子の自由振動



運

回転運動 : $I\ddot{\theta} = T$

並進運動 : $m\ddot{x} = F$

I : 慣性モーメント
⇒ 回転のしにくさ$(m \cdot l^2)$
材力で学習済

T : トルク$(F \cdot l)$
⇒ 回転方向に働くモーメント

$$ml^2\ddot{\theta} = F \cdot l$$

$$ml^2\ddot{\theta} = -mg\sin\theta \cdot l$$

θが小さい
線形化 ⇒ $\sin\theta \approx \theta$

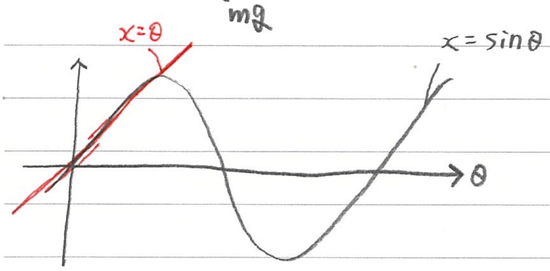
$$ml^2\ddot{\theta} = -mgl \cdot \theta$$

$$\boxed{\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\theta}$$

非線形のままでも、
楕円関数を使えば解けるが……

バネ・マスモデルと同じ形

代入 $\theta = A\sin(\omega t + \phi)$

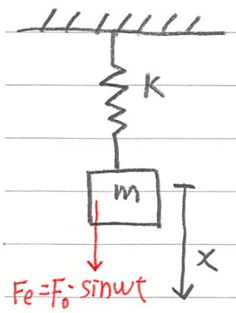


$l = 3[m]$, $m = 5[kg]$のとき、固有角振動数 : ω_nは? 固有振動数 : f_nは?

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{9.81}{3}} = 1.81\,[rad/s]$$

$$f_A = \frac{\omega_n}{2\pi} = 0.288\,[Hz]$$

◦強制振動



運 $m\ddot{x} = F$

$$m\ddot{x} = -kx + F_0 \cdot \sin\omega t$$

仮定 $x = A \cdot \sin\omega t$

$\ddot{x} = -A\omega^2\sin\omega t$

$$m \cdot (-A\omega^2\sin\omega t) = -KA\sin\omega t + F_0 \cdot \sin\omega t$$

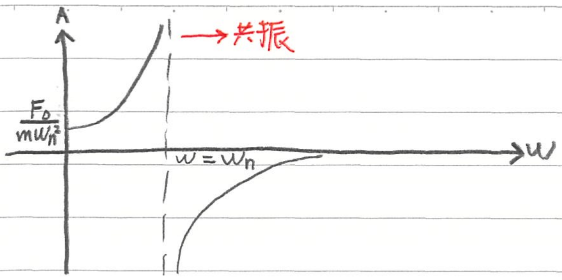
$$-mA\omega^2 = -KA + F_0$$

$$A(K - m\omega^2) = F_0$$

$$A = \frac{F_0}{K - m\omega^2}$$

$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$とすると、

$$x = \frac{F_0/m}{\omega_n^2 - \omega^2} \cdot \sin\omega t$$


A
$\frac{F_0}{m\omega_n^2}$
共振
ω
$\omega = \omega_n$