

単一光子、単一電子干渉の考察

Review of Single Photon and Electron Interference

2014年1月11,12日

古河電気工業株式会社

ファイテルフォニクス研究所

森本 政仁

Maxwell方程式 (Minkowski空間の波動方程式) → 不定計量ベクトルの導入が必須。

MZIや2スリット干渉計を使った単一光子、電子の干渉実験

→ 片方のアームやスリットに局在する光子や電子があり、反対側には非局在ポテンシャルが存在する形にMaxwell方程式を分離可能。

この非局在ポテンシャルは第2種ゲージ変換によって導入されるゲージ場。

この非局在ポテンシャルを状態ベクトルで記述することで、従来と全く同一の単一光子、単一電子干渉を計算可能。計算結果より、この状態ベクトルはノルムは0、物理演算子を挟んだ期待値計算は0ではない。→ 不定計量ベクトル。

単一光子や電子干渉を引き起こす状態は、どちらのアームやスリットをも同時に通過したような量子重ね合わせ状態ではなく、片側を光子や電子が通り、反対側は非局在ポテンシャルが通る、という状態。

→ 波束の収縮やシュレディンガーの猫、と言ったパラドックスは解決。

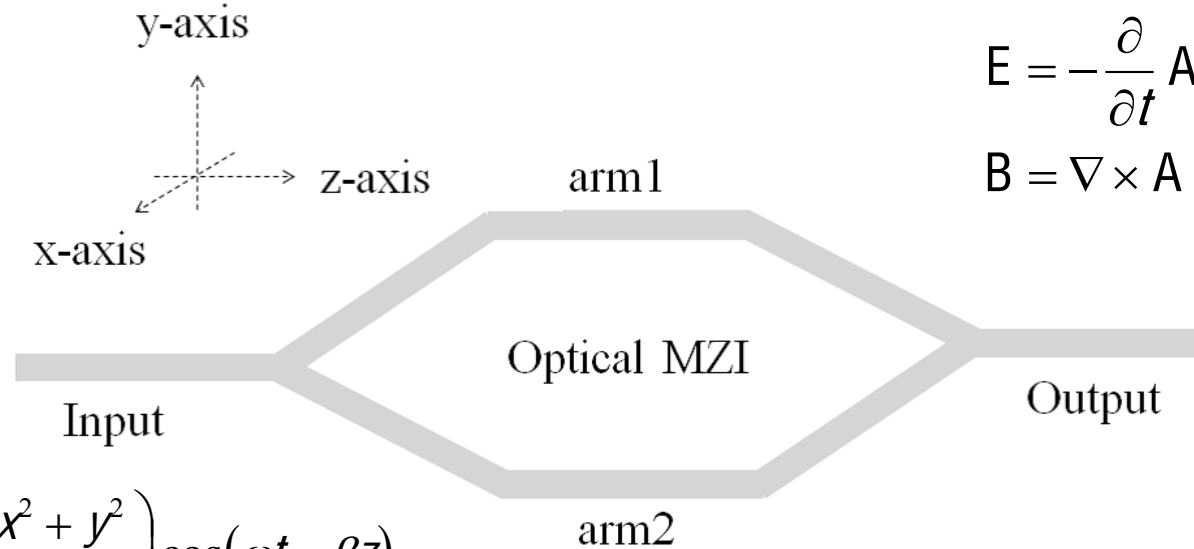
不確定性原理も、単なるフーリエ変換によるトレードオフと認識可能。

不定計量空間であるMinkowski空間のMaxwell方程式を使うにもかかわらず、量子論では定計量のヒルベルト空間でしか考えない為に、単一光子や電子干渉が導けない根本的理由。

場の量子論では、相対論的に共変な形式として矛盾のないように定式化するには不定形量が必須であり、そのような不定形量ベクトルは物理的現象には寄与しないように、ghostという補助場として導入されるが、そのような数学的補助場ではなく実際の干渉に寄与する。

導波路内の古典的電磁場- ポテンシャルと光子

光波はx 軸方向に偏向し、各周波数 ω 、伝搬定数 β でz 軸方向に伝搬



$$E = -\frac{\partial}{\partial t} A - \nabla \phi$$

$$B = \nabla \times A$$

$$E = e_x \cdot C_E \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{W_0^2}\right) \cos(\omega t - \beta z)$$

$$A = -\frac{i}{\omega} e_x \cdot C_E \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{W_0^2}\right) \sin(\omega t - \beta z) + C$$

$$\frac{\partial}{\partial t} C = -\nabla \phi$$

$$\nabla \times C = 0 \rightarrow C = \nabla \lambda$$

$$\frac{\partial}{\partial t} C = -\nabla \phi \rightarrow \nabla \left(\frac{\partial}{\partial t} \lambda + \phi \right) = 0$$

$$B = \nabla \times A$$

$$= \frac{\beta}{\omega} e_y \cdot C_E \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{W_0^2}\right) \cos(\omega t - \beta z)$$

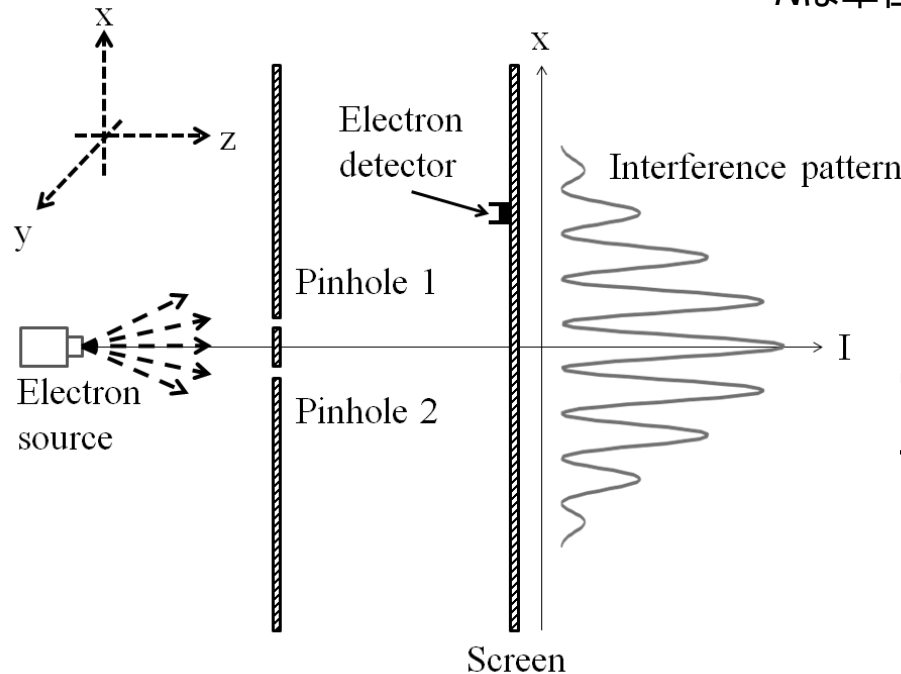
$$- \frac{2y}{\omega \cdot W_0^2} e_z \cdot C_E \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{W_0^2}\right) \sin(\omega t - \beta z)$$

電場E と磁場Bは入力導波路に閉じ込められているが、ベクトルポテンシャル、スカラーポテンシャルは必ずしも閉じ込められていない。
2スリットで考えても同様。片側のスリットだけを通るような小さなスポット径のガウシアンビームを作ると、反対側はポテンシャルだけがある状態。

電子の伝搬は空間的な電子ビーム(電子流)

空間電流密度 $j = Nqv$

N は単位体積あたりの電子数、 q は電子電荷、 v は電子速度



電子ビームの半径が w_0 であれば

空間電流 $I = \pi w_0^2 j$

電子速度が一定で z 軸に平行に伝搬する電子流を考えると、この電子流の道筋の周りにはベクトルポテンシャルが形成される。

$$A_x = A_y = 0$$

$$A_z = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2} \ln \frac{1}{r}$$

電子流がどちらかのピンホールだけを通るような小さい幅で伝搬していても、ベクトルポテンシャルは広がっている

Maxwell 方程式

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{A} - \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -\mu_0 \mathbf{i}$$
$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \phi - \frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

これを局在光子や電子を表す式と、非局在ポテンシャルを表す式に分解する。
Maxwell方程式は線形方程式なので可能。

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{A}_i - \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A}_i + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \right) = -\mu_0 \mathbf{i}$$
$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \phi_i - \frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla \cdot \mathbf{A}_i + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

局在化した電磁場 ($i=0$ 、 $\rho=0$ の場合) や
電子流を表すポテンシャル
現実の光子、電子を表現

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{A}_{nl} - \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A}_{nl} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_{nl}}{\partial t} \right) = 0$$
$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \phi_{nl} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla \cdot \mathbf{A}_{nl} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi_{nl}}{\partial t} \right) = 0$$

非局在化したポテンシャル
光子、電子の有無に無関係に空間に存在する
ゲージ不変性から導入されるゲージ場(局所変換)に
なっている。

単一光子干渉(従来計算:R.Loudon著「光の量子論」より)

電場演算子Eをアーム1と2に分配 $\hat{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_1 \exp(i\theta) + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_2$

$$\hat{a} \equiv \frac{\hat{a}_1 + \hat{a}_2}{\sqrt{2}}, \quad \hat{a}^+ \equiv \frac{\hat{a}_1^+ + \hat{a}_2^+}{\sqrt{2}}$$

$$\langle n | \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 | n \rangle = \langle n | \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 | n \rangle = \langle n | \hat{a}_1^+ \hat{a}_2 | n \rangle = \frac{1}{2} n$$

$$\langle I \rangle \propto \frac{1}{2} \langle n | \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 | n \rangle + \frac{1}{2} \langle n | \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 | n \rangle + \cos \theta \langle n | \hat{a}_1^+ \hat{a}_2 | n \rangle$$

$$n=1 \text{ で } \langle \hat{I} \rangle \propto \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \theta$$

光子数が大きい場合は妥当
→混合状態では重ね合わせとしての計算は妥当

光子数が1の場合、電場演算子Eはアーム1の光子と2の非局在ポテンシャルで表すべき

$$\hat{E} = \hat{a}_1 \exp(i\theta) + \hat{a}_2$$

光子はアーム1にあるので $\langle 1 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 | 1 \rangle = 1$

アーム2の演算子は光子数状態の固有状態ではないので $\langle 1 | \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 | 1 \rangle \neq 1$

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &\propto \langle 1 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 | 1 \rangle + \langle 1 | \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 | 1 \rangle + e^{i\theta} \langle 1 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_2 | 1 \rangle + e^{-i\theta} \langle 1 | \hat{a}_2^+ \hat{a}_1 | 1 \rangle \\ &= 1 + \langle 1 | \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 | 1 \rangle + e^{i\theta} \langle 1 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_2 | 1 \rangle + e^{-i\theta} \langle 1 | \hat{a}_2^+ \hat{a}_1 | 1 \rangle \end{aligned}$$

もし $\langle 1 | \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 | 1 \rangle = -\frac{1}{2}$, $\langle 1 | \hat{a}_1^+ \hat{a}_2 | 1 \rangle = \langle 1 | \hat{a}_2^+ \hat{a}_1 | 1 \rangle^* = \pm \frac{1}{4} e^{i\phi}$ ならば

$$\langle \hat{I} \rangle \propto \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\theta + \phi)$$

電場演算子Eとアーム1の1光子状態 $|1\rangle$ 、アーム2の非局在ポテンシャル状態 $|\zeta\rangle$
アーム2では何も観測されないので $\langle \zeta | \zeta \rangle = 0$

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &\propto (e^{i\theta} \langle 1 | + \langle \zeta |) \hat{a}^\dagger \hat{a} (e^{-i\theta} |1\rangle + |\zeta\rangle) \\ &= 1 + \langle \zeta | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \zeta \rangle + e^{i\theta} \langle 1 | \zeta \rangle + e^{-i\theta} \langle \zeta | 1 \rangle \end{aligned}$$

$$\hat{a}^\dagger \hat{a} |1\rangle = |1\rangle, \quad \langle 1 | \hat{a}^\dagger \hat{a} = \langle 1 | \quad \text{の関係を使った}$$

もし $\langle \zeta | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \zeta \rangle = -\frac{1}{2}$, $\langle 1 | \zeta \rangle = \langle \zeta | 1 \rangle^* = \pm \frac{1}{4} e^{i\phi}$ ならば

$$\langle \hat{I} \rangle \propto \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\theta + \phi)$$

アナロジー
光パルス位相変調通信方式
の光パルス(光子)とCW局発
振光(非局在ポテンシャル)
の干渉による情報取り出し

光子数が1の時は、重ね合わせ状態ではない。
 $|\zeta\rangle$ は光子のように観測できないが、光子と干渉を引き起こす位相を持つ波動。

$$\langle \zeta | \zeta \rangle = 0, \quad \langle \zeta | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \zeta \rangle = -\frac{1}{2}, \quad \langle 1 | \zeta \rangle = \langle \zeta | 1 \rangle^* = \pm \frac{1}{4} e^{i\phi}$$

この関係を満たす $|\zeta\rangle$ は通常のコヒーレント空間にはない。

不定計量のコヒーレント空間における不定計量ベクトルと認識する必要あり。

Maxwell方程式(Minkowski空間の波動方程式)→不定計量ベクトルの導入が必須。

不定計量ベクトルの状態は、場の量子論で”ghost”として、相対性理論との整合性のために必要なものとして取り扱われている。

ここで出てきた不定計量ベクトルも”ghost”と呼ぶことにする。

従来の”ghost“の取り扱い: 物理現象に影響を与えないように定式化

ここで導入した”ghost“: 単一光子干渉に実際に影響を与える(その本質である)

アーム2を通った非局在ポテンシャルはアーム1を通った光子と協力して(位相差を持って)、あたかも光子が両方のアームに分かれて通過したような干渉を与える。→エンタングルメントを表現。

$$\begin{aligned} E_{out} &= \frac{1}{2} E_1 + \frac{1}{2} E_2 \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} A_1 - \nabla \phi_1 - \frac{\partial}{\partial t} A_{nl} - \nabla \phi_{nl} \\ &= E_1 - \frac{\partial}{\partial t} A_{nl} - \nabla \phi_{nl} \\ \therefore -\frac{\partial}{\partial t} A_{nl} - \nabla \phi_{nl} &= \frac{1}{2} E_2 - \frac{1}{2} E_1 \end{aligned}$$

非局在ポテンシャルは、アーム1の電界とアーム2の電界の相関を生み出している

電子をスクリーン上に発見する確率 $P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$

$\phi_1 = \langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle$ 、 $\phi_2 = \langle x|2\rangle\langle 2|s\rangle$

$|s\rangle$: "電子がs (電子源) から発射される"

$|1\rangle$ または $|2\rangle$: "電子がピンホール1 または2 を通る"

$|x\rangle$: "電子がスクリーンx に到達する"

という状態から構成

ピンホール1 または2 が閉じられている。→発見確率 $P_1 = |\phi_1|^2$ または $P_2 = |\phi_2|^2$ 、結合確率: $P = P_1 + P_2 \neq P_{12}$

電子は同時に両方のピンホールを通ったと考える必要あり。

→ 重ね合わせ状態が必須。

空間には非局在ポテンシャルが存在する。→非局在ポテンシャル中の波動関数を考える

$$\psi_1' = \psi_1 \cdot \exp \left[i \frac{q}{\hbar} \int_{s \rightarrow \text{pinhole}1 \rightarrow \text{screen}} (\phi_{nl} dt - A_{nl} \cdot dx) \right]$$

$$\psi_2' = \psi_2 \cdot \exp \left[i \frac{q}{\hbar} \int_{s \rightarrow \text{pinhole}2 \rightarrow \text{screen}} (\phi_{nl} dt - A_{nl} \cdot dx) \right]$$

非局在ポテンシャルは第2種ゲージ変換により導入されるゲージ場に相当。

ψ_1' 、 ψ_2' : 非局在ポテンシャル中をピンホール1 または2 を通過してきた電子のスクリーン上での波動関数

ψ_1 、 ψ_2 : 非局在ポテンシャルの影響を受けていない電子源の波動関数

$$P_{12} \propto |\psi'|^2 = |\psi_1' + \psi_2'|^2 = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 - 2 \operatorname{Re} \left(\exp \left[i \frac{q}{\hbar} \int_{s \rightarrow 1 \rightarrow \text{screen} \rightarrow 2 \rightarrow s} (\phi_{nl} dt - A_{nl} \cdot dx) \right] \psi_1^* \psi_2 \right)$$

単一電子の場合:

電子は必ずピンホール1 を通過し $|\psi_1|^2 = 1$
ピンホール2 を全く通過しない $|\psi_2|^2 = 0$

**電子数が大きいときは妥当
混合状態では重ね合わせとしての計算は妥当**

正確には $\int |\psi_{1or2}|^2 dV$ を考えるべき。

位相差 θ を ψ_1 と ψ_2 に与えると以下の干渉が計算可能。

$$P_{12} \propto 1 - 2 \operatorname{Re} \left(\exp i[\gamma + \theta] \psi_1^* \psi_2 \right)$$

$$\gamma \equiv i \frac{q}{\hbar} \int_{s \rightarrow 1 \rightarrow \text{screen} \rightarrow 2 \rightarrow s} (\phi_{nl} dt - A_{nl} \cdot dx)$$

θ を固定すると干渉はスクリーン上で γ の関数(スクリーン位置の関数)として観測される
 γ を固定すると、干渉はスクリーンの固定位置で θ の関数として観測される

但し $\psi_1^* \psi_2 \neq 0$, $|\psi_2|^2 = 0$ を満たさなければならない。

状態ベクトル導入

”非局在ポテンシャル中を電子が伝搬しピンホール1を通る” $e^{i\gamma_1}|\psi_1\rangle$, $P_1 = \langle\psi_1|\psi_1\rangle = 1$

”非局在ポテンシャルだけがピンホール2を通る” $e^{i\gamma_2}|\psi_2\rangle$, $P_2 = \langle\psi_2|\psi_2\rangle = 0$

電荷演算子 $Q \equiv \int d^3x j_0(x)$, $j_\mu = (q, \mathbf{i})$, $\partial^\mu j_\mu = \frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{i} = 0$

$$Q|\psi_1\rangle = q|\psi_1\rangle$$

$$\begin{aligned} \text{電荷期待値は } \langle I \rangle &= (e^{i(\theta-\gamma_1)}\langle\psi_1| + e^{-i\gamma_2}\langle\psi_2|)Q(e^{-i(\theta-\gamma_1)}|\psi_1\rangle + e^{i\gamma_2}|\psi_2\rangle) \\ &= q + \langle\psi_2|Q|\psi_2\rangle + qe^{i(\theta-\gamma)}\langle\psi_1|\psi_2\rangle + qe^{-i(\theta-\gamma)}\langle\psi_2|\psi_1\rangle \end{aligned}$$

$$\langle\psi_2|Q|\psi_2\rangle = -\frac{1}{2}q , \quad \langle\psi_1|\psi_2\rangle = \langle\psi_2|\psi_1\rangle^* = \pm\frac{1}{4}e^{i\delta} \quad \text{ならば}$$

$$\text{干渉} \quad \langle I \rangle = q \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\theta - \gamma + \delta) \right\} \quad \text{が計算される}$$

$$e^{i\gamma_2} |\psi_2\rangle, P_2 = \langle \psi_2 | \psi_2 \rangle = 0$$
$$\langle \psi_2 | Q | \psi_2 \rangle = -\frac{1}{2} q, \langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = \langle \psi_2 | \psi_1 \rangle^* = \pm \frac{1}{4} e^{i\delta}$$

通常のヒルベルト空間に解はない。
不定計量ベクトル

非局在ポテンシャルは電子波動関数または電子状態の位相シフトを生じる。

”非局在ポテンシャルだけがピンホール2 を通る”という状態
電荷を観測できないが、電子と干渉できる 位相を持つ波動
単一光子干渉の場合と同様の結果。この 位相差がエンタングルメント に相当。

単一電子干渉も重ね合わせ状態を用いることなく計算可能

重ね合わせの計算は混合状態では有効

アーム1 や2、またピンホール1 や2 の状態は系が準備された時点*で、どちらかに光子や電子がある状態と、反対側には非局在ポテンシャルがあるという状態に決定。

→重ね合わせ状態ではない。

→波束の収縮は生じない。

→シュレディンガーの猫、EPRパラドックスは解消。

* MZI アームやピンホールの分岐部直後。

光子や電子がどちらのアームやピンホールを選ぶかは予測不可能

しかし、選ばれた後は状態は決定してしまい、重ね合わせ状態ではない

→”確率”という言葉は、単一光子、単一電子干渉の状態においても、量子力学的な意味の原理的な確率とは異なる統計的な確率、すなわち混合状態の確率と同一

Heisenberg の不確定性原理: 測定誤差とは無縁のフーリエ変換によるトレードオフ

単一光子干渉の計算を単一光子状態の代わりに真空状態として計算

$$\begin{aligned} & (\langle 0| + \langle \zeta|) \left(\hat{a}^+ \hat{a} + \frac{1}{2} \right) (|0\rangle + |\zeta\rangle) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (\langle 0|\zeta\rangle + \langle \zeta|0\rangle + \langle \zeta|\zeta\rangle) + \langle 0|\hat{a}^+ \hat{a}|\zeta\rangle + \langle \zeta|\hat{a}^+ \hat{a}|0\rangle + \langle \zeta|\hat{a}^+ \hat{a}|\zeta\rangle = \frac{1}{2} + \langle \zeta|\hat{a}^+ \hat{a}|\zeta\rangle = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \\ & \therefore (\langle 0| + \langle \zeta|)(|0\rangle + |\zeta\rangle) = \langle 0|0\rangle + \langle 0|\zeta\rangle + \langle \zeta|0\rangle + \langle \zeta|\zeta\rangle = 1 \end{aligned}$$

ゼロ点エネルギー除去

自発的対称性の破れ: “真空がQの固有状態ではない”という関係
ピンホール2には電子はなく、全空間にいつでも存在している非局在ポテンシャルだけがある状況→現実の真空状態。|0>は現実の真空ではない。

$$e^{i\gamma_2} |\psi_2\rangle, P_2 = \langle \psi_2 | \psi_2 \rangle = 0, \langle \psi_2 | Q | \psi_2 \rangle = -\frac{1}{2} q$$

より、現実の真空状態がQの固有状態ならば、αを固有値として

$$Q e^{i\gamma_2} |\psi_2\rangle = \alpha e^{i\gamma_2} |\psi_2\rangle$$

$$\langle \psi_2 | e^{-i\gamma_2} Q e^{i\gamma_2} |\psi_2\rangle = \alpha \langle \psi_2 | \psi_2 \rangle = 0 \neq -\frac{1}{2} q$$

現実の真空はQの固有状態ではない。
自発的対称性の破れ

1. 単一光子、単一電子干渉を、重ね合わせ状態を用いず計算可能
2. シュレディンガーの猫、EPRパラドックスを解消
3. ゼロ点エネルギーを除去
4. 自発的対称性の破れが自然に導かれる
5. 量子力学的な意味の原理的な確率とは異なる統計的な確率、すなわち混合状態の確率しか存在しない→量子力学は一種の統計物理学

考え方

- Maxwell方程式は不定計量空間であるMinkowski 空間の波動方程式
- 状態ベクトルを考える場合、不定計量ベクトルの導入は不可避
- 現実の物理的解析には不定計量のヒルベルト空間を考えるべき
- 不定計量ベクトルは確かな物理量である光子や電子としては観測できない
- それらと干渉する為の位相差を持つ波動
- 不定計量ベクトルは第二種ゲージ変換で導入されるゲージ場に相当
- この位相差がエンタングルメントという概念に相当

分割できないにも拘らず、分割したような重ね合わせ状態を考えるより、この説明の方が自然な概念に感じるのではないだろうか？

ご清聴ありがとうございました。

Bound to  ***Innovate***

Bound to  ***Innovate***