

# 非可換な偏光物理量の非古典相関

飯沼 昌隆

広島大学大学院先端物質科学研究科

Quantum Frontier Group (QFG )

<http://www.hiroshima-u.ac.jp/~qfg/qfg/index.html>



広島大学

第9回 QUATSUO 2020 研究会



# Quantum Frontier Group (QFG)

量子光物性研究室

融合研究グループ

高エネルギー物理学研究室

光学をベースにした量子力学の基礎の研究

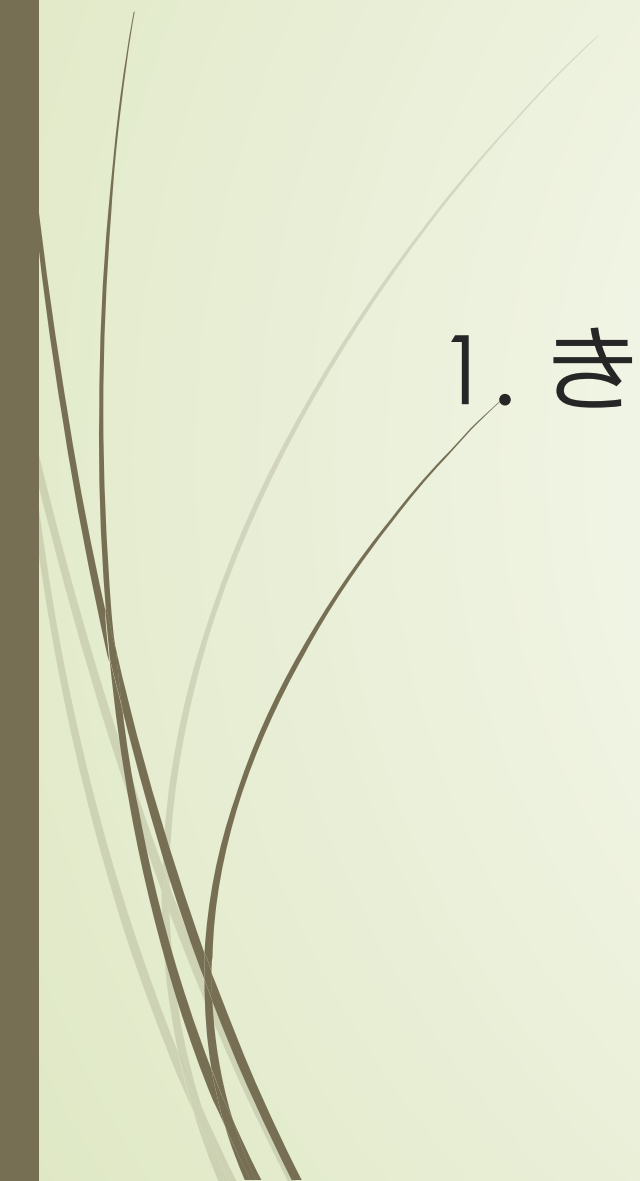



<http://home.hiroshima-u.ac.jp/qfg/qfg/index.html>



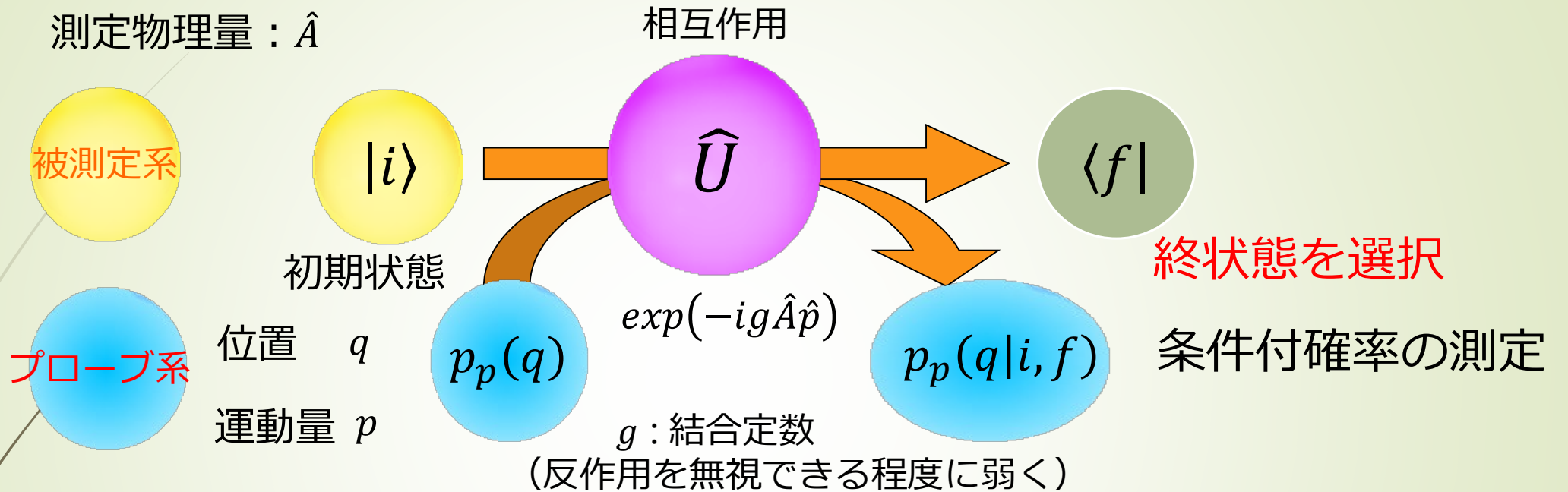
# 内容

1. きっかけは弱測定
2. 擬確率分布 – Kirkwood-Dirac分布 (KD分布) –
3. 光子の偏光の連続測定
4. 偏光のエンタングル光子対を用いた測定の不確定性の評価
5. まとめ



# 1. きっかけは弱測定

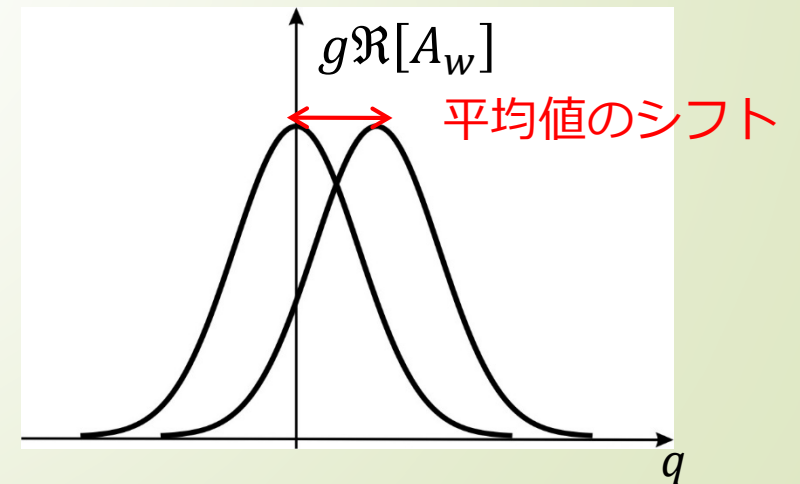
# 弱測定とは



初期状態 $|i\rangle$ 、終状態 $\langle f|$ の下で、  
プローブ系の条件付き確率を測定

平均値のシフト： $結合定数(g) \times \Re[A_w(f)]$

弱値 (weak value)



# 弱値・弱測定の特徴

量子状態をほぼ壊さずに測定

初期状態から終状態への途中をモニタ

測定値は固有値ではなく弱値(weak value)  $A_w$

$$A_w(f) = \frac{\langle f | \hat{A} | i \rangle}{\langle f | i \rangle}$$

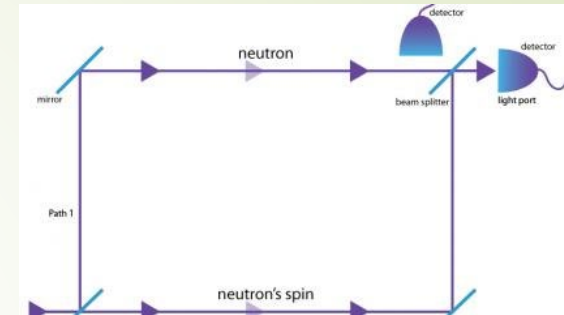
弱値は複素数

終状態選択による弱値の増大

$$\langle f | i \rangle \rightarrow 0$$

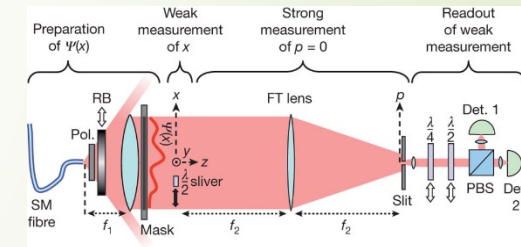
平均値のシフト =  $g \Re[A_w]$   
増大

$g$ の精密測定に利用

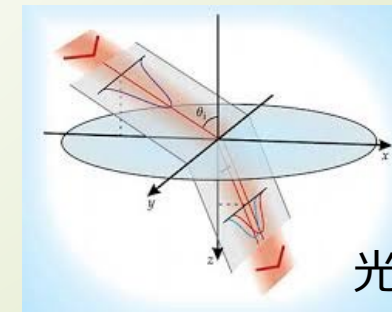


量子矛盾の解析

終状態選択



量子状態推定・波動関数の直接測定



光のスピホール効果

# 弱値とは何か

$\hat{o}$ : 数学的演算子

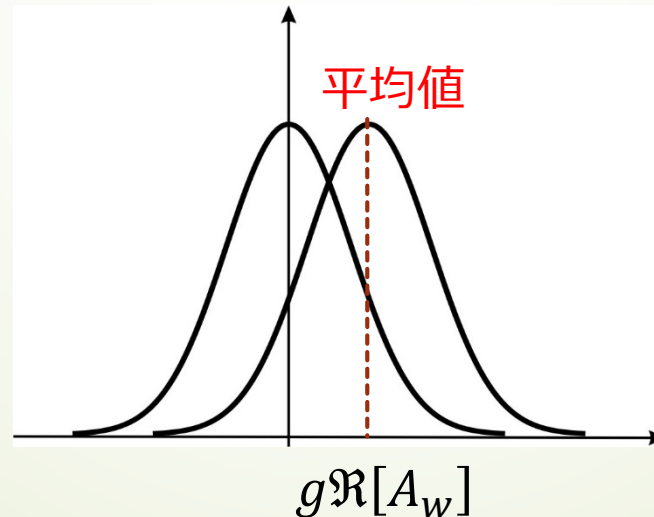
$|\psi\rangle$ : 始状態

$\langle f|$ : 終状態

$$\langle \hat{o} \rangle_w \equiv \frac{\langle f | \hat{o} | \psi \rangle}{\langle f | \psi \rangle}$$

条件つき期待値？

プローブ系の確率分布



統計的重みとしての弱値  
“条件付き確率”

$\hat{o} = \hat{\Pi}_a$  のとき  
( $\hat{\Pi}_a$  は射影演算子)

$$\langle \hat{\Pi}_a \rangle_w = \frac{\langle f | a \rangle \langle a | \psi \rangle}{\langle f | \psi \rangle}$$

値としての弱値  
(Aharonovらの提案)

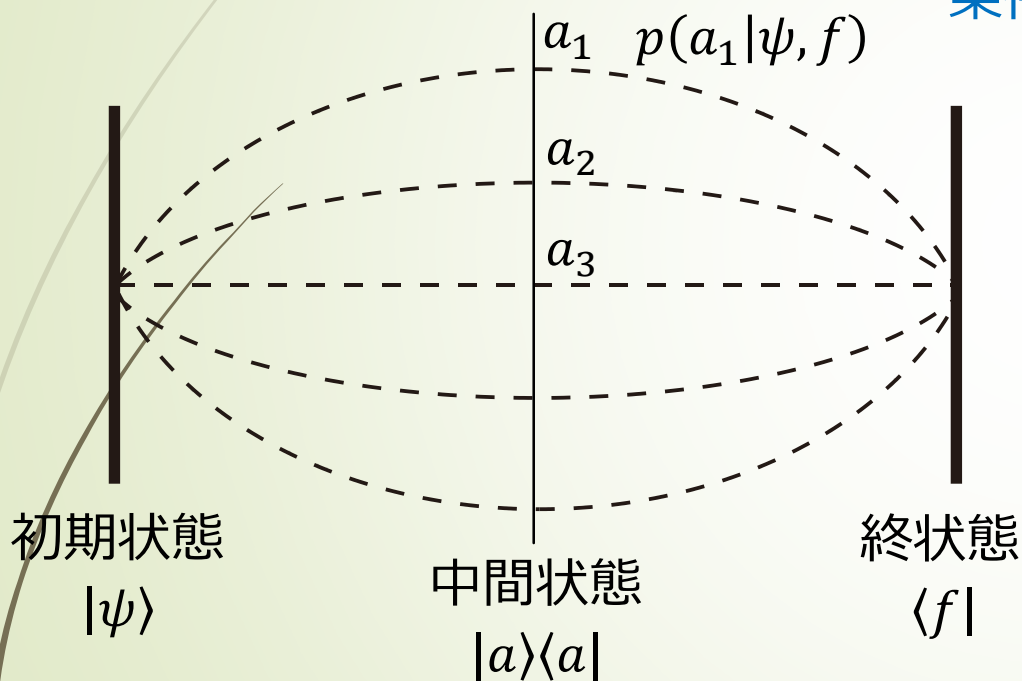
$\hat{o} = \hat{A}$  のとき  
( $\hat{A}$  は物理量)

$$\langle \hat{A} \rangle_w = \frac{\langle f | \hat{A} | \psi \rangle}{\langle f | \psi \rangle}$$

# 弱測定統計

弱値 = 条件付き期待値 ?

$$\underbrace{\langle \hat{A} \rangle_w}_{\text{条件付き期待値}} = \frac{\langle f | \hat{A} | \psi \rangle}{\langle f | \psi \rangle} = \sum_a \underbrace{A_a}_{\hat{A} \text{の固有値}} \underbrace{\frac{\langle f | a \rangle \langle a | \psi \rangle}{\langle f | \psi \rangle}}_{\text{条件付き確率}}$$



初期状態  $|\psi\rangle$ 、終状態  $\langle f|$  の下での  $a$  の条件付き確率  $p(a|\psi, f)$

弱値が複素数 (負の数)  $\longleftrightarrow$  条件付き確率が複素数 (負の数)

弱測定統計



# 疑問に思ったこと

- 弱測定統計（複素数で表現される確率）は弱測定のみのもので性質か？
- 虚数や負の原因は何か？ 定義や解釈の問題ではないのか？

## 弱測定とは異なるアプローチによる研究

- 非可換な物理量 $\hat{A}$ と $\hat{B}$ の連続測定

任意の強さでの $\hat{A}$ の測定後に、連続して $\hat{B}$ の射影測定

- 可能な限り操作的に定義し、可能な限り量子論を使わない

定義や解釈のあいまいさを出来るだけ排除したい  
量子論を可能な限り物理的に理解したい



## 2. 擬確率分布

— Kirkwood-Dirac分布 —



# 擬確率分布

量子状態を確率分布として表現 (統計的に理解する試み?)

密度行列

$$\hat{\rho}_\psi$$



結合擬確率分布

$p_\psi(a, b)$  正の実数に限らない値をとる  
交換しない物理量

数学的な取り扱いの違い

- Wigner 分布

$$W_\psi(x, p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\langle x - \frac{1}{2}x' \left| \hat{\rho}_\psi \right| x + \frac{1}{2}x' \right\rangle e^{ipx'} dx'$$

- Kirkwood-Dirac 分布

(負の値を含む)

$$K_\psi(x, p) = \langle p|x \rangle \langle x|\hat{\rho}_\psi|p \rangle \quad (\text{一般的には複素数})$$

- Husimi-Kano Q 分布

$$Q_\psi(\alpha_r, \alpha_i) = \frac{1}{\pi} \langle \alpha | \hat{\rho}_\psi | \alpha \rangle$$

$$\alpha_r \equiv \frac{\kappa x}{\sqrt{2}} \quad \alpha_i \equiv \frac{p}{\sqrt{2}\hbar\kappa} \quad \kappa \equiv \sqrt{\frac{M\Omega}{\hbar}}$$

(正の値をとる)

# Kirkwood-Dirac分布 (KD分布)

非可換な物理量 $\hat{A}$ 、 $\hat{B}$ の結合擬確率分布

$$K_\psi(a, b) \equiv \langle b|a\rangle\langle a|\hat{\rho}_\psi|b\rangle \quad \hat{A} = \sum_a A_a |a\rangle\langle a| \quad \hat{B} = \sum_b B_b |b\rangle\langle b|$$

- ・ (現在のところ) 複素数の値で表現する唯一の擬確率分布

- ・ 周辺分布を正しく表現

$$p(a) = \sum_b K_\psi(a, b) = \langle a|\hat{\rho}_\psi|a\rangle \quad p(b) = \sum_a \rho(a, b) = \langle b|\hat{\rho}|b\rangle$$

- ・ 密度行列との自然な対応

$$\hat{\rho}_\psi = \sum_{a,b} |a\rangle\langle a|\hat{\rho}_\psi|b\rangle\langle b| = \sum_{a,b} \langle b|a\rangle\langle a|\hat{\rho}_\psi|b\rangle \frac{|a\rangle\langle b|}{\langle b|a\rangle} = \sum_{a,b} \underbrace{K_\psi(a, b)}_{\text{成分}} \underbrace{\frac{|a\rangle\langle b|}{\langle b|a\rangle}}_{\text{基底}}$$

# 弱値との関係

$$K_\psi(a, b) = \langle b|a\rangle \langle a|\hat{\rho}_\psi|b\rangle$$

ベイズの定理

$$p(a, b|\psi) = \underbrace{p(a|b, \psi)}_{\text{条件付き確率}} \underbrace{p(b|\psi)}_{\text{遷移確率}}$$

純粋状態の場合

$$K_\psi(a, b) = \langle b|a\rangle \langle a|\psi\rangle \langle \psi|b\rangle = \frac{\langle b|a\rangle \langle a|\psi\rangle}{\langle b|\psi\rangle} \cdot |\langle b|\psi\rangle|^2$$

結合確率 条件付き確率 遷移確率

初期状態:  $|\psi\rangle$ 、終状態:  $\langle b|$ 、  
演算子:  $\hat{\Pi}_a = |a\rangle\langle a|$  のときの弱値

弱値が複素数 (負の数)  $\longleftrightarrow$  KD分布が複素数 (負の数)

# 非可換な物理量の非古典相関

非可換な物理量 $\hat{A}$ と $\hat{B}$ の積の期待値  $\langle \hat{A}\hat{B} \rangle_\psi$

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = i\hat{C}$$

非可換性



数学的に等価

$$\Im [\langle \hat{A}\hat{B} \rangle_\psi] = \frac{1}{2} \langle \hat{C} \rangle_\psi$$

虚部の存在

積の期待値が統計的な相関として記述できるのであれば

$$\langle \hat{A}\hat{B} \rangle_\psi = \sum_{a,b} A_a B_b p_\psi(a, b)$$

積の期待値  
(複素数)

$a, b$  物理量の値  
(実数)

結合擬確率分布  
(複素数)

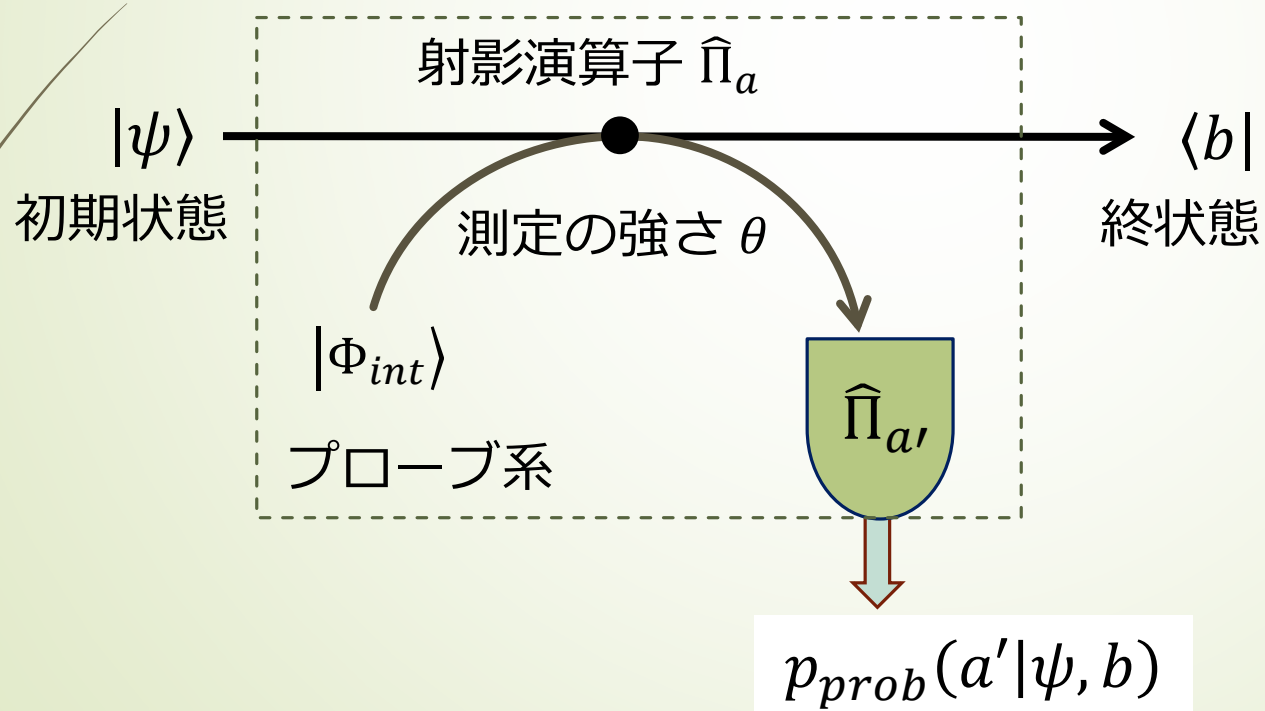


(初期) 量子状態  
密度行列  $\hat{\rho}_\psi$   
状態ベクトル  $|\psi\rangle$

(現時点では) 唯一KD分布のみが非古典相関を記述する

# 弱値によるKD分布の測定法

- 初期状態の形をKD分布と仮定  $K_\psi(a, b) = \frac{\langle b|a\rangle\langle a|\psi\rangle}{\langle b|\psi\rangle} \cdot |\langle b|\psi\rangle|^2$
- 初期状態 $|\psi\rangle$ 、終状態 $\langle b|$ の下で、射影演算子 $\hat{\Pi}_a = |a\rangle\langle a|$ の弱値を測定



弱測定理論から

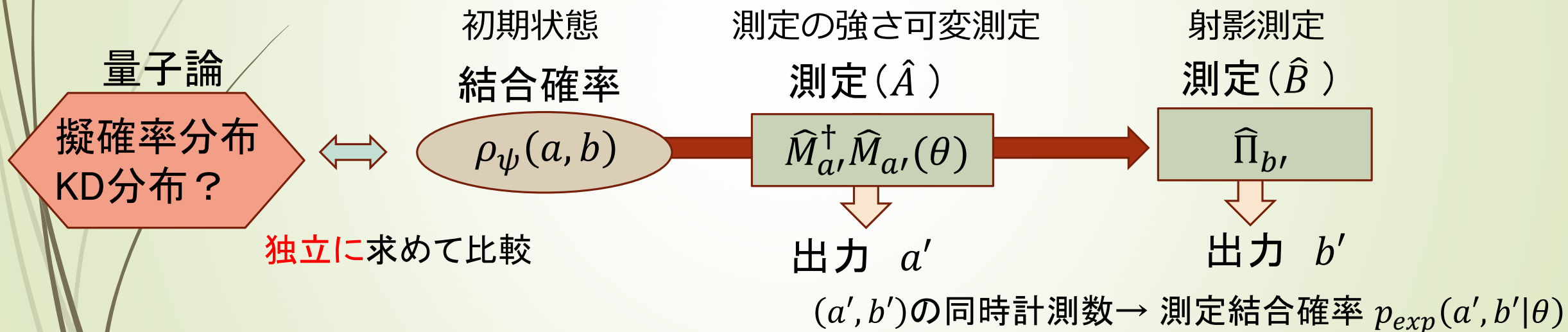
$$\langle \hat{\Pi}_a \rangle_w = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{p_{prob}(a'|\psi, b)}{\theta}$$

# 非可換な物理量の二段階連続測定

初期状態：結合確率分布  $\rho_\psi(a, b)$  で表現できると仮定

二段階連続測定：任意の強さでの  $\hat{A}$  の測定後、 $\hat{B}$  の射影測定 測定結合確率  $\neq \rho_\psi(a, b)$

再構成法：量子論の数式を使わず、通常確率論、統計的手法による解析



$$p_{exp}(a', b'; \theta) = \sum_{a, b} p_{out}(a', b' | a, b; \theta) p_\psi(a, b)$$

測定結合確率      測定装置の出力確率      初期状態の結合確率





### 3. 光子の偏光の連続測定



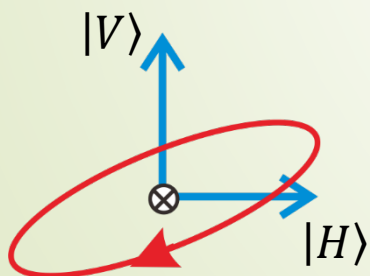
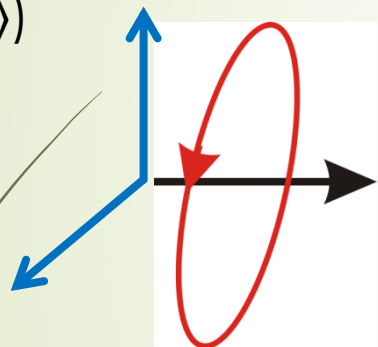
# 光子の偏光状態の表現

偏光状態  $|\psi\rangle$  に対して三通りの表現

## HV 基底

垂直基底  
 $|V\rangle$

水平基底  
 $|H\rangle$

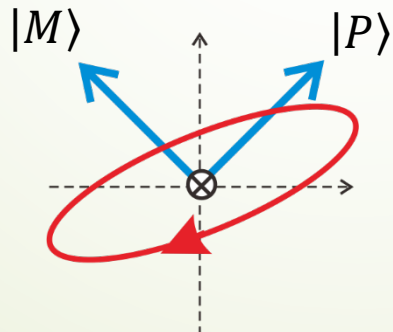
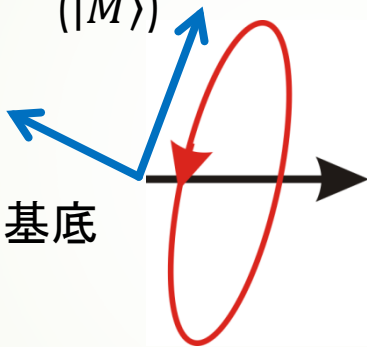


$$|\psi\rangle = C_H|H\rangle + C_V|V\rangle$$

## PM 基底

135° 基底  
 $|M\rangle$

45° 基底  
 $|P\rangle$

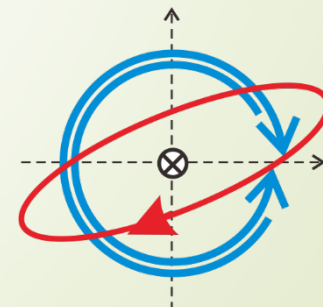
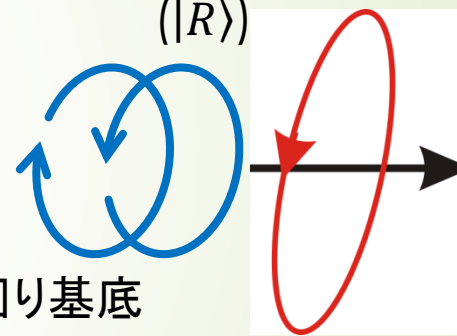


$$|\psi\rangle = C_P|P\rangle + C_M|M\rangle$$

## RL 基底

右回り基底  
 $|R\rangle$

左回り基底  
 $|L\rangle$



$$|\psi\rangle = C_R|R\rangle + C_L|L\rangle$$

$$|P\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle)$$

$$|M\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)$$

$$|R\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + i|V\rangle)$$

$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - i|V\rangle)$$

# 偏光物理量

固有ベクトルと固有値から偏光物理量を定義

$$\hat{A} = \sum_a A_a |a\rangle\langle a|$$



固有ベクトル  $|a\rangle$  での固有値 :  $A_a$

固有ベクトル  $|a = \pm 1\rangle$  での偏光物理量の固有値 :  $s_{a=\pm 1} = \pm 1$

**HV 基底**

$$|+1\rangle \Rightarrow |H\rangle \quad |-1\rangle \Rightarrow |V\rangle$$

$$\hat{S}_{HV} \equiv |H\rangle\langle H| - |V\rangle\langle V|$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

**PM 基底**

$$|+1\rangle \Rightarrow |P\rangle \quad |-1\rangle \Rightarrow |M\rangle$$

$$\hat{S}_{PM} \equiv |P\rangle\langle P| - |M\rangle\langle M|$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

**RL 基底**

$$|+1\rangle \Rightarrow |R\rangle \quad |-1\rangle \Rightarrow |L\rangle$$

$$\hat{S}_{RL} \equiv |R\rangle\langle R| - |L\rangle\langle L|$$

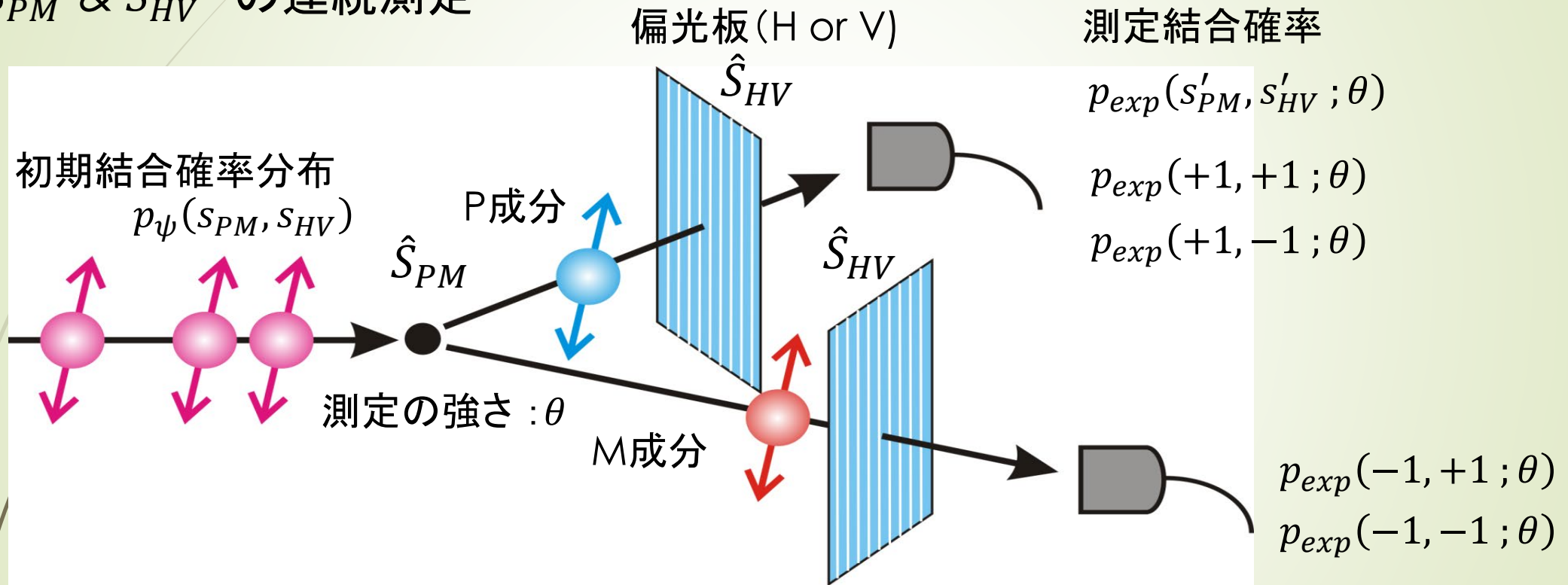
$$= \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\hat{S}_{HV}, \hat{S}_{PM}] = 2i\hat{S}_{RL} \quad \text{非可換性}$$

**パウリ行列**

# 光子の偏光の連続測定

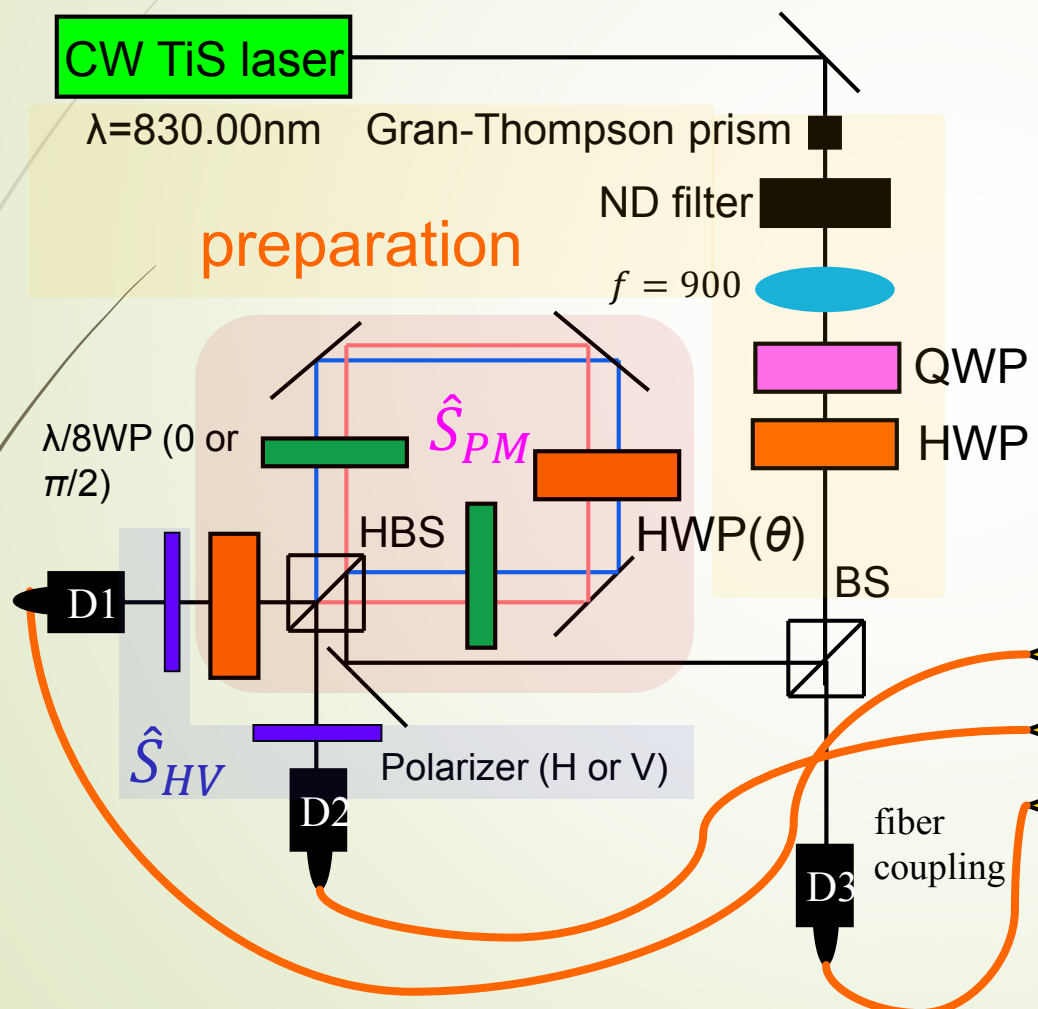
$\hat{S}_{PM}$  &  $\hat{S}_{HV}$  の連続測定



$$\underbrace{p_{exp}(s'_{PM}, s'_{HV}; \theta)}_{\theta \text{ に依存}} = \sum_{s_{PM}=\pm 1, s_{HV}=\pm 1} \underbrace{p_{out}(s_{PM}', s_{HV}' | s_{PM}, s_{HV}; \theta)}_{\text{測定装置の出力確率}} \underbrace{p_\psi(s_{PM}, s_{HV})}_{\theta \text{ に依存しない}}$$

# セットアップ

$\hat{S}_{PM}$  &  $\hat{S}_{HV}$  の連続測定の設定アップ



測定の強さ (HWPの角度) :  $\theta$   
 $0 \leq \theta \leq 22.5^\circ$

$p_{exp}(+1, +1)$  or  $p_{exp}(+1, -1)$   
[ P, H ] [ P, V ]

$p_{exp}(-1, +1)$  or  $p_{exp}(-1, -1)$   
[ M, H ] [ M, V ]

APDs  
D1  
D2  
D3

# 偏光測定での測定誤差（反作用）

二準位系での測定誤差を測定の**明瞭度**で評価

測定装置のみの特性

$$\tau \equiv \frac{\langle S_{HV}' \rangle_{exp}}{\langle S_{HV} \rangle_0} \quad \varepsilon \equiv \frac{\langle S_{PM}' \rangle_{exp}}{\langle S_{PM} \rangle_0} \quad C \equiv \frac{\langle S_{HV}' S_{PM}' \rangle_{exp}}{\langle S_{HV} S_{PM} \rangle_0} ?$$

最も簡単な評価法：初期状態として既知の初期状態（固有状態）を入力

例) 初期状態  $|H\rangle \Leftrightarrow \langle S_{HV} \rangle_0 = +1$  , 初期状態  $|P\rangle \Leftrightarrow \langle S_{PM} \rangle_0 = +1$

$C$  の評価：初期状態の情報なし  $\rightarrow \langle S_{HV} S_{PM} \rangle_0 = i \langle S_{RL} \rangle_0$  を仮定

$$C = i\nu \quad \nu \equiv \frac{\langle S_{HV}' S_{PM}' \rangle_{exp}}{\langle S_{RL} \rangle_0} \quad \text{初期状態として } |R\rangle \text{ を入力}$$

非古典相関に対する明瞭度

# 出力確率関数の評価

$$p_{exp}(s'_{PM}, s'_{HV}; \theta) = \sum_{s_{PM}=\pm 1, s_{HV}=\pm 1} \underbrace{p_{out}(s_{PM}', s_{HV}' | s_{PM}, s_{HV}; \theta)}_{\text{出力確率関数}} p_{\psi}(s_{PM}, s_{HV})$$

二準位系での誤差

$$s'_{PM} = s_{PM}$$

$$s'_{HV} = s_{HV}$$

エラーなし

$$s'_{PM} = -s_{PM}$$

$$s'_{HV} = -s_{HV}$$

エラー

出力確率関数は次の4つのパターンのみを集約

1) 両方ともエラーなし

$$p_{out}(s_{PM}, s_{HV} | s_{PM}, s_{HV}; \theta) = 1/4 (1 + \tau + \varepsilon - i\nu)$$

2)  $s'_{HV}$ のみエラー

$$p_{out}(s_{PM}, -s_{HV} | s_{PM}, s_{HV}; \theta) = 1/4 (1 - \tau + \varepsilon + i\nu)$$

3)  $s'_{PM}$ のみエラー

$$p_{out}(-s_{PM}, s_{HV} | s_{PM}, s_{HV}; \theta) = 1/4 (1 + \tau - \varepsilon + i\nu)$$

4) 両方ともエラー

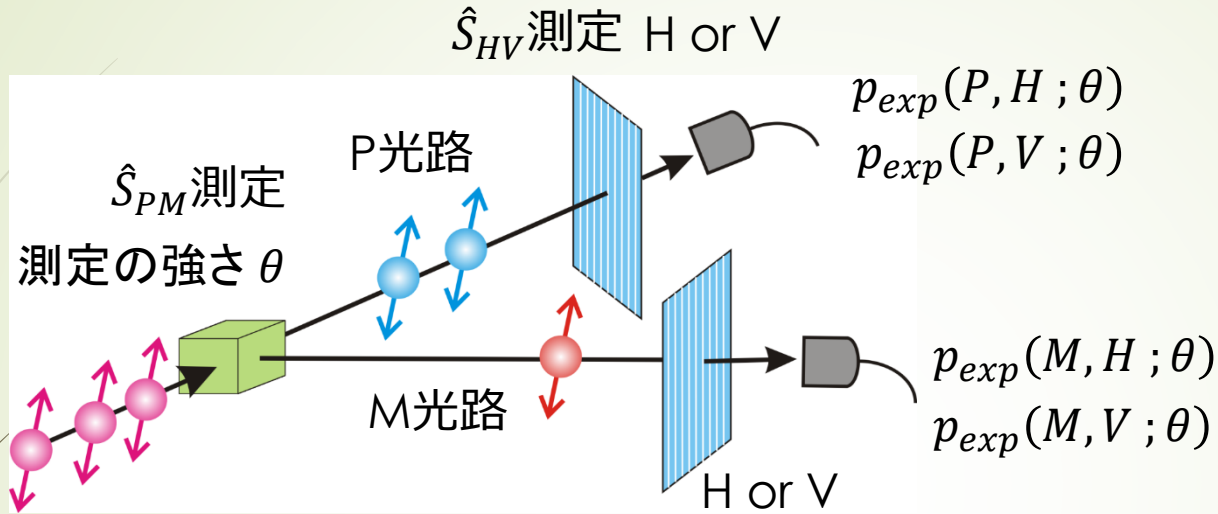
$$p_{out}(-s_{PM}, -s_{HV} | s_{PM}, s_{HV}; \theta) = 1/4 (1 - \tau - \varepsilon - i\nu)$$

測定の明瞭度で表現可能

# 測定の見透度の評価

既知の初期状態

- P(45°) 偏光
- R(右回り) 偏光
- H(水平) 偏光



評価法

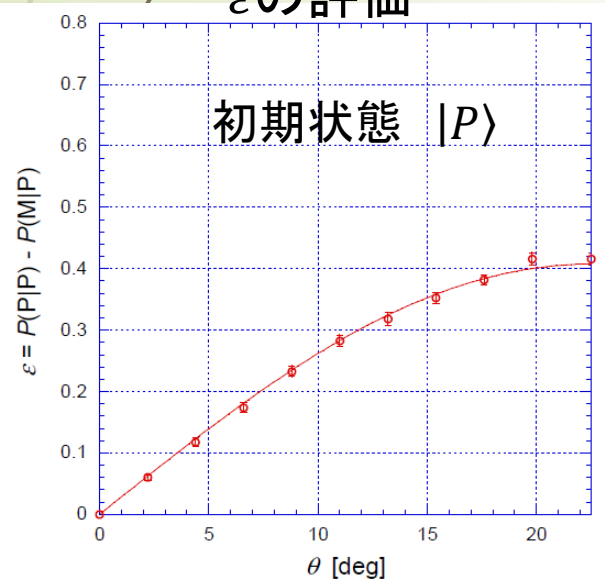
$$\varepsilon = p_{exp}(P|P) - p_{exp}(M|P)$$

初期固有状態

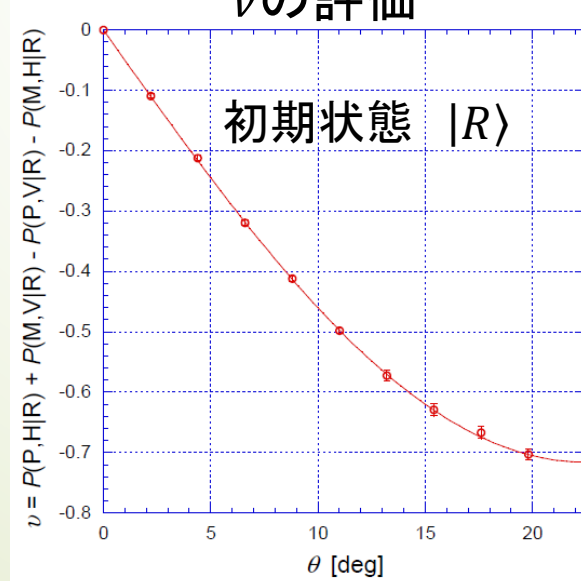
$$\tau = p_{exp}(H|H) - p_{exp}(V|H)$$

$$\nu = p_{exp}(P, H|R) + p_{exp}(M, V|R) - p_{exp}(P, V|R) - p_{exp}(M, H|R)$$

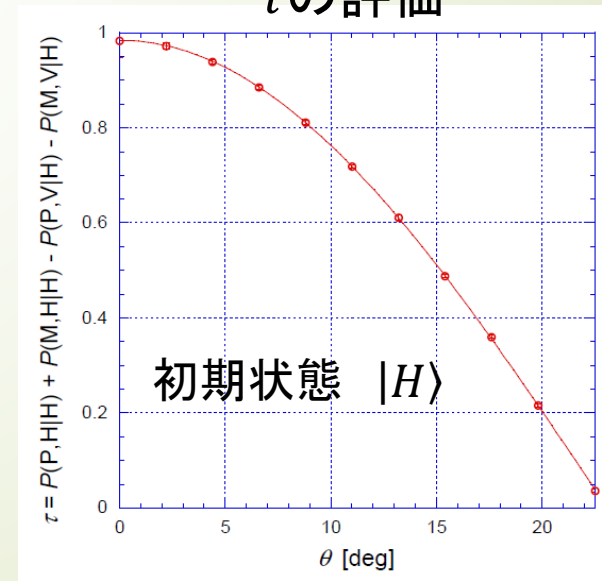
$\varepsilon$  の評価



$\nu$  の評価



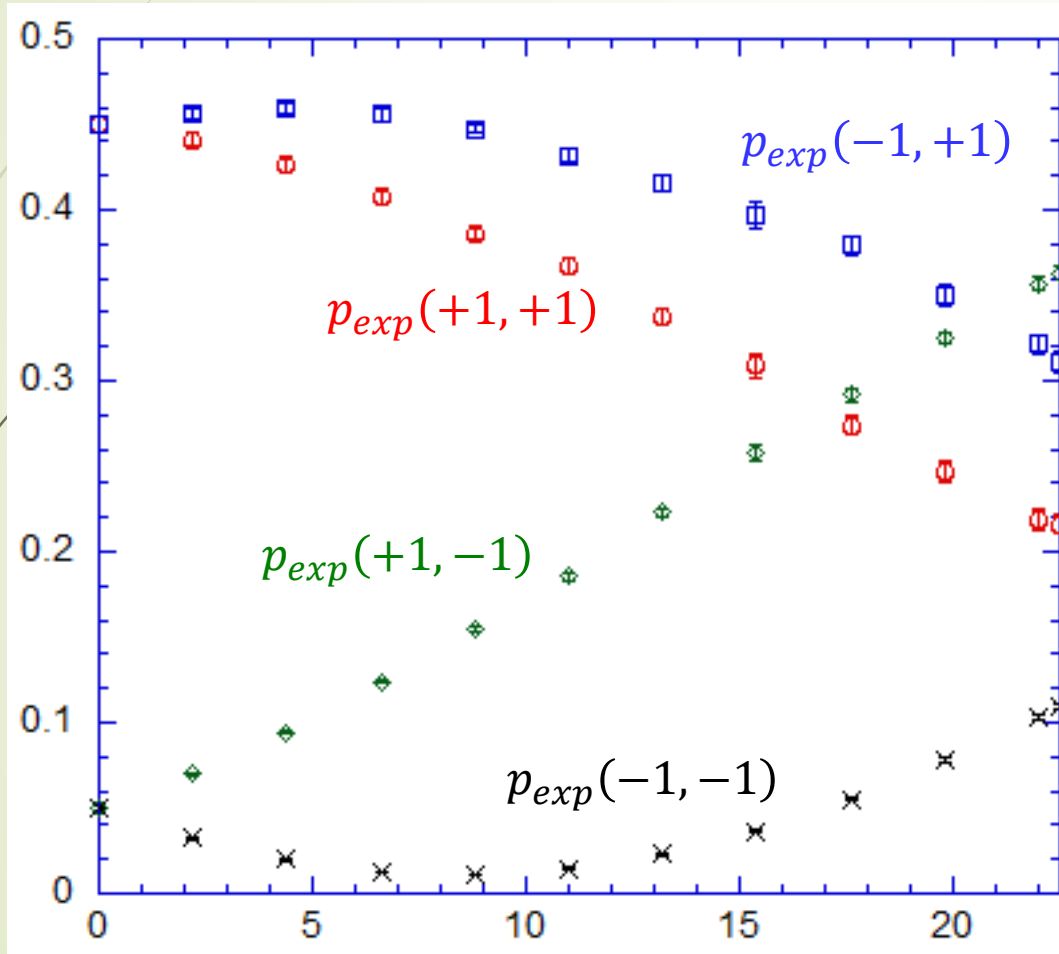
$\tau$  の評価





# 測定結果

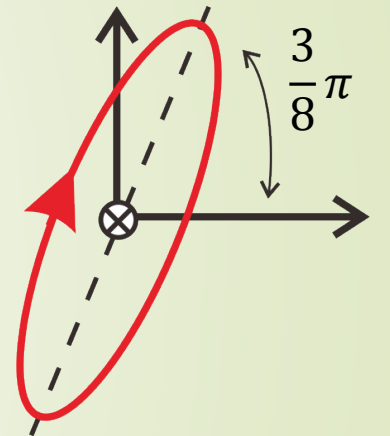
$p_{exp}(s'_{PM}, s'_{HV})$



測定強度  $\theta$

初期状態：楕円偏光状態

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} \cos \frac{3}{8}\pi \\ e^{i\frac{\pi}{4}} \sin \frac{3}{8}\pi \end{bmatrix}$$



$\theta = 22.5^\circ$ で

$$p(s_{HV}s_{PM} = -1) > p(s_{HV}s_{PM} = +1)$$

の傾向が見える

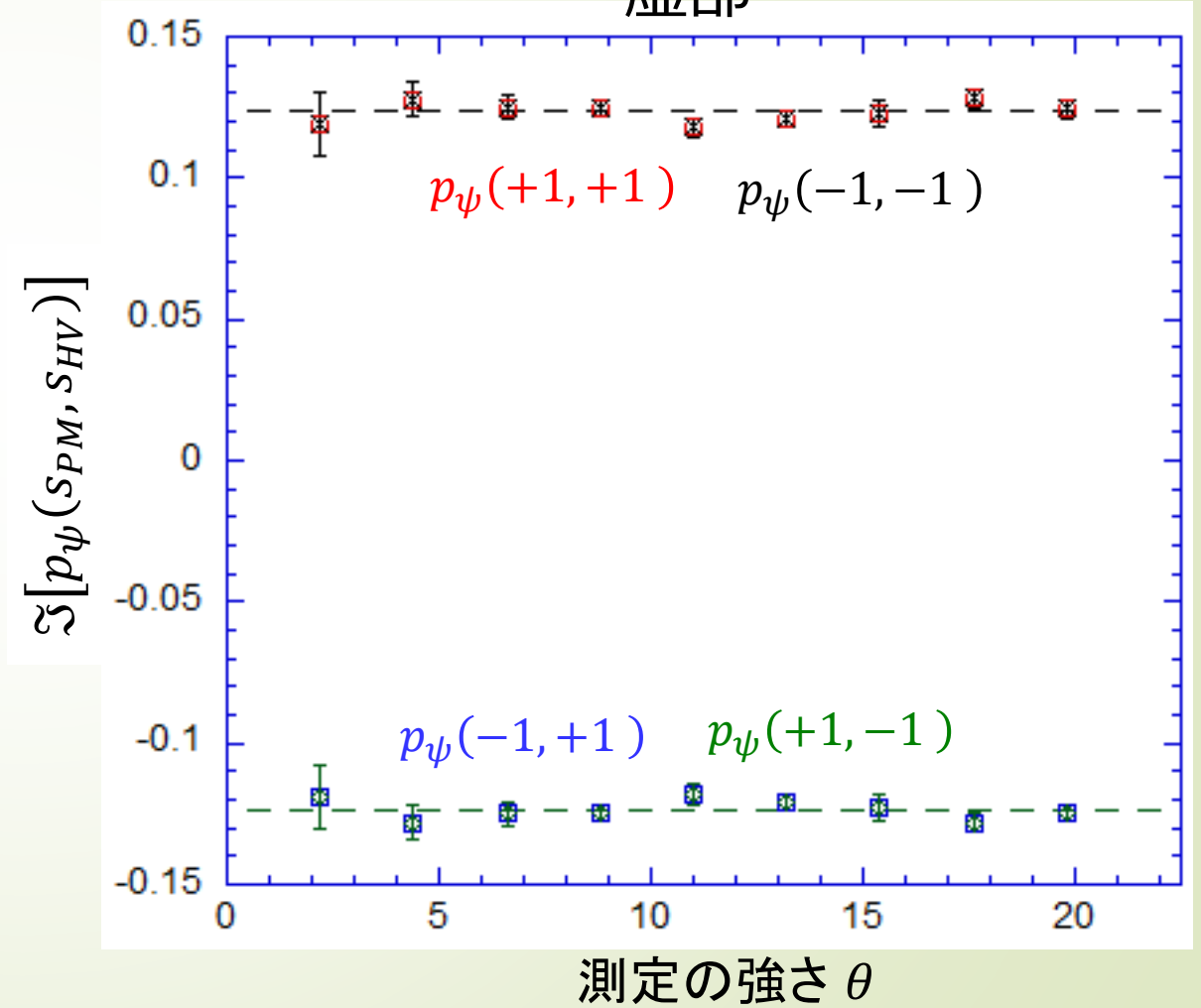
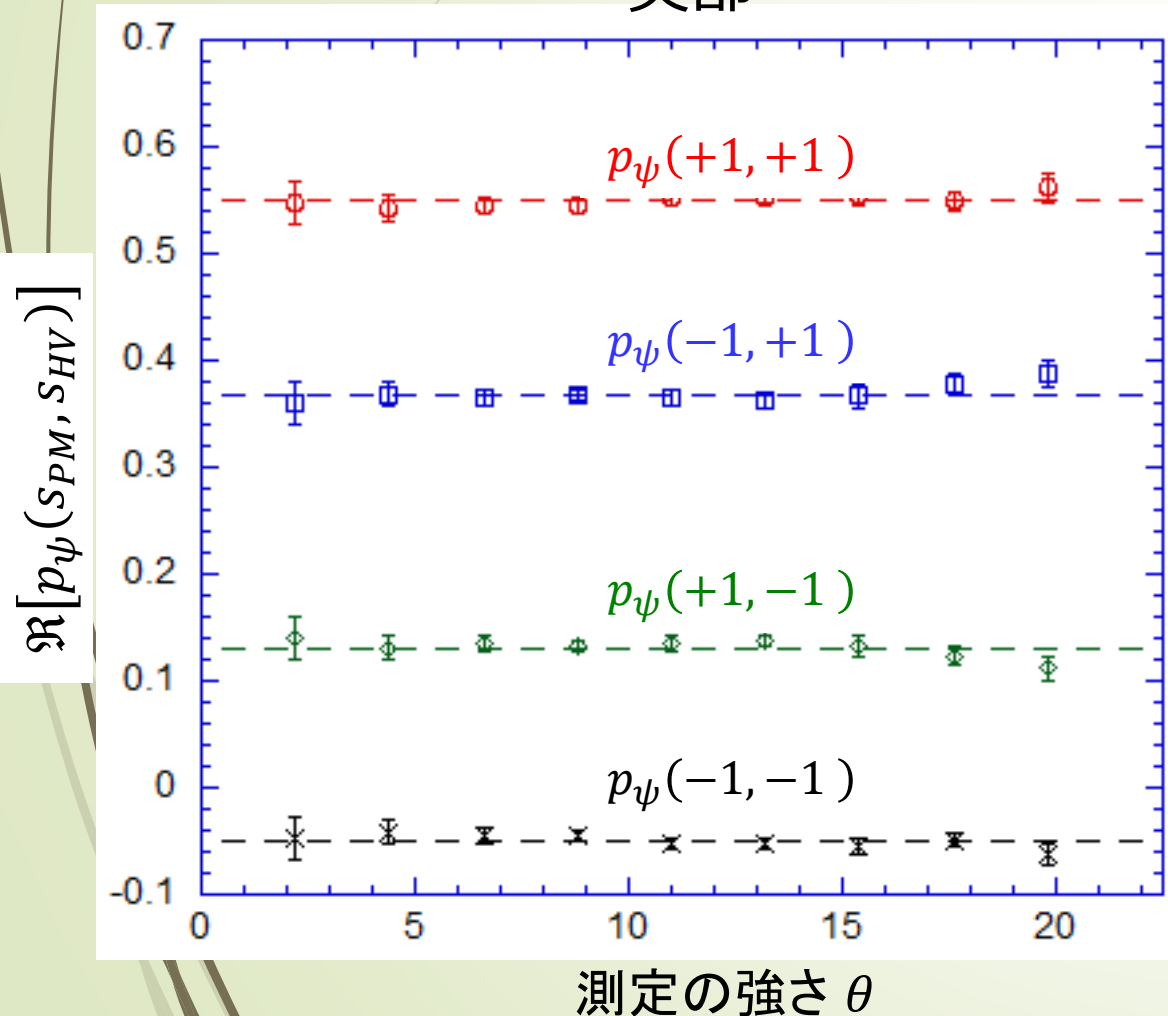
# 結合確率分布の再構成

Y. Suzuki, et al., New J. Phys. Vol. 18 (2016) 103045

実部

KD分布と一致

虚部



## わかったこと

- 測定結合確率（または  $\langle s_{HV} s_{PM} \rangle_{exp}$ ）は、初期状態の非古典相関  $\langle s_{HV} s_{PM} \rangle_{\psi}$  の情報を持つ。
- 測定の不確定性による影響を排除した初期状態の結合確率分布は、KD分布とコンシステントである。
- ただし非古典相関が虚数（結合確率分布が虚数）となることは**実証されていない**。

明瞭度  $C$  は**実験のみ**から評価できるか？

非古典相関（複素数相関）の実証  
KD分布の実証

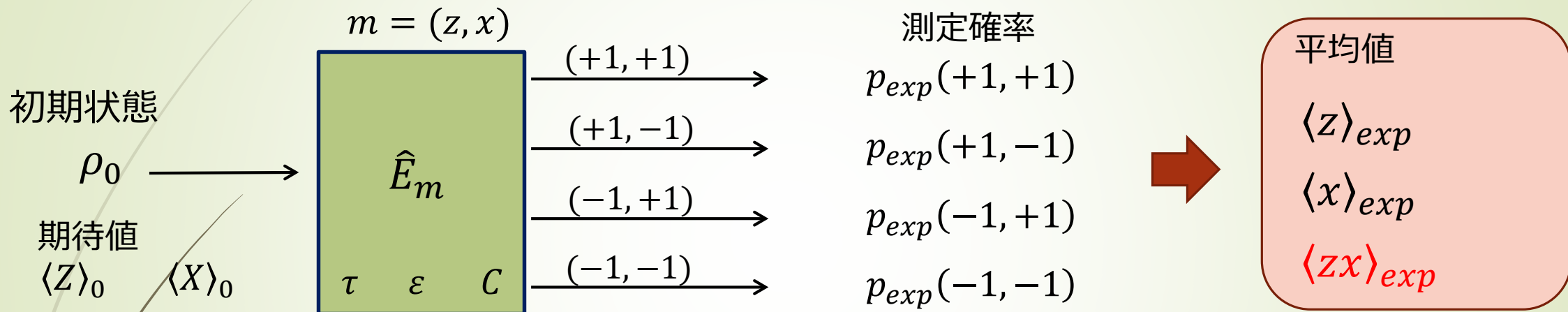


4. 偏光のエンタングル光子対を用いた  
測定の不確定性の評価



# 二準位系の結合測定での測定の不確定性

非可換な物理量  $\hat{Z}$  &  $\hat{X}$   $[\hat{Z}, \hat{X}] = 2i\hat{Y}$



測定誤差を**測定の明瞭度**として評価

測定装置固有の特性

$$\tau \equiv \frac{\langle z \rangle_{exp}}{\langle z \rangle_0}$$

$$\epsilon \equiv \frac{\langle x \rangle_{exp}}{\langle x \rangle_0}$$

$$C \equiv \frac{\langle zx \rangle_{exp}}{\langle zx \rangle_0}$$

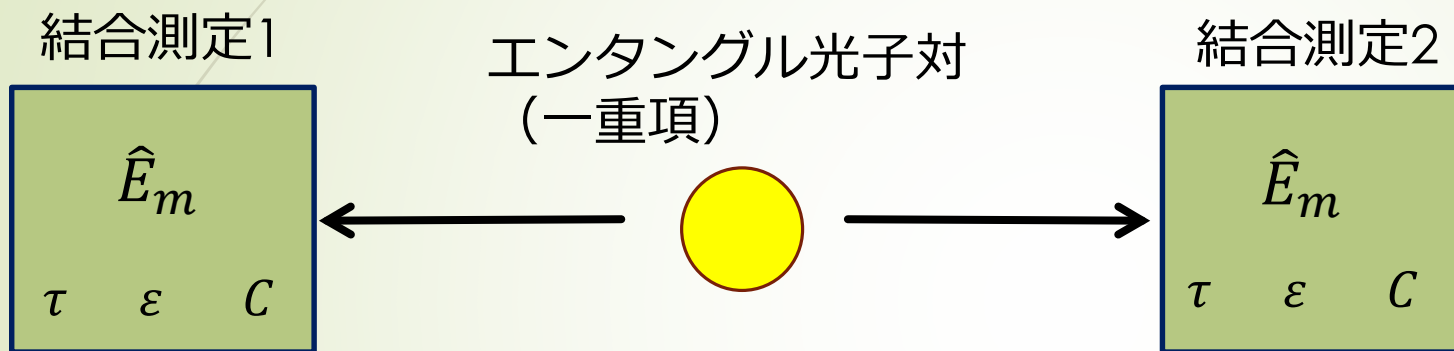
初期情報なし

明瞭度  $C$  が**実験のみから評価**できれば、非古典相関  $\langle zx \rangle_0$  が実験から評価可能

# 偏光のエンタングル状態を用いた評価

二つの**同一**な結合測定を用意

S. Kino, et. al. *Phys. Rev. A* **92**, 042113 (2015)



初期状態の期待値  
(最大エンタングル状態)

$$\langle z_1 z_2 \rangle_0 = -1$$

$$\langle x_1 x_2 \rangle_0 = -1$$

$$\langle (z_1 x_1)(z_2 x_2) \rangle_0 = +1$$

評価可能

- 二つの局所的な結合測定: お互い独立
- 全系の明瞭度: 二つの局所的な明瞭度の積

平均値  $\langle z_1 z_2 \rangle_{exp} = \tau^2 \langle z_1 z_2 \rangle_0$

$$\langle x_1 x_2 \rangle_{exp} = \epsilon^2 \langle x_1 x_2 \rangle_0$$

$$\langle (z_1 x_1)(z_2 x_2) \rangle_{exp} = C^2 \langle (z_1 x_1)(z_2 x_2) \rangle_0$$

$$\text{明瞭度の二乗} = \frac{\text{平均値}}{\text{初期期待値}}$$

# 初期期待値の評価

$[\hat{Z}_1\hat{Z}_2, \hat{X}_1\hat{X}_2] = 0 \quad \longleftrightarrow \quad$  結合確率  $p(z_1z_2, x_1x_2)$  : 通常の確率として定義可

$$\langle (z_1x_1)(z_2x_2) \rangle = \langle z_1z_2x_1x_2 \rangle = \sum_{z_1z_2, x_1x_2} z_1z_2x_1x_2 p(z_1z_2, x_1x_2) \quad \text{任意の状態に対して成立}$$

実際のエンタングル状態に対しては

$\langle z_1z_2 \rangle_0$  と  $\langle x_1x_2 \rangle_0$  を実験的に評価

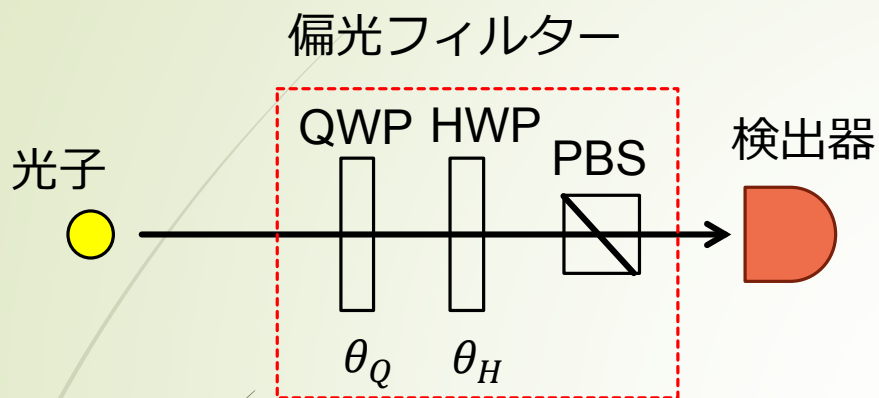
$$(-\langle z_1z_2 \rangle_0 - \langle x_1x_2 \rangle_0 - 1) \leq \langle (z_1x_1)(z_2x_2) \rangle_0 \leq 1$$

初期期待値の範囲

ex. 最大エンタングル状態 ( $\langle z_1z_2 \rangle_0 = \langle x_1x_2 \rangle_0 = -1$ )  $\quad \langle (z_1x_1)(z_2x_2) \rangle_0 = 1$

任意のエンタングル状態 ( $\langle z_1z_2 \rangle_0 + \langle x_1x_2 \rangle_0 < -1$ )  $\quad 0 < \langle (z_1x_1)(z_2x_2) \rangle_0 \leq 1$

# 偏光フィルターを用いた結合測定



$\hat{S}_{HV}$  : +1 水平偏光状態 ( H ) -1 垂直偏光状態 ( V )

$\hat{S}_{PM}$  : +1 45° 偏光状態 ( P ) -1 for 135° 偏光状態 ( M )

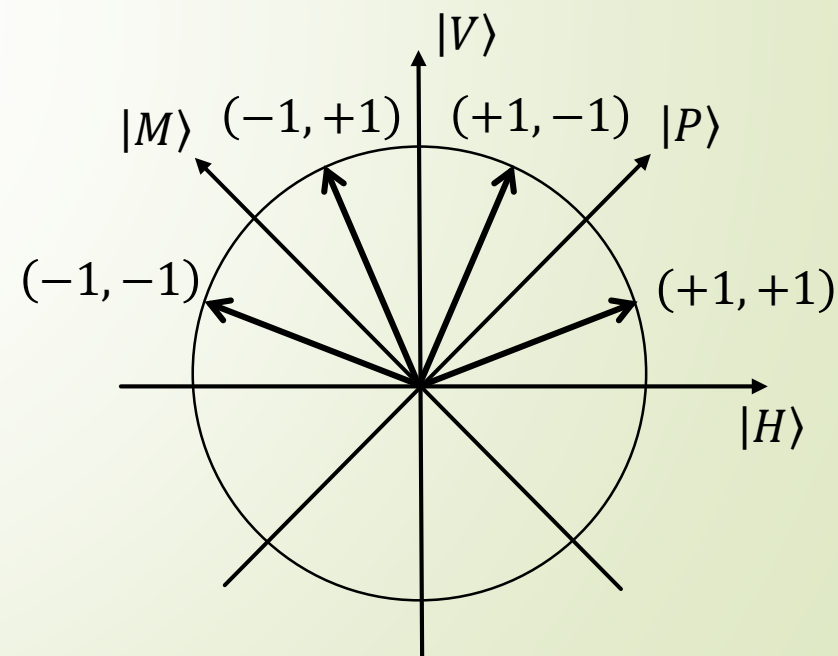
$\hat{S}_{RL}$  : +1 for 右回り円偏光状態 ( R )  
-1 for 左回り円偏光状態 ( L )

$(S_{HV}, S_{PM})$	$\theta$	$\phi$	$\theta_H$	$\theta_Q$
(+1, +1)	45°	45°	16.32°	17.63°
(+1, -1)	45°	-135°	-16.32°	-17.63°
(-1, +1)	135°	-45°	28.68°	72.36°
(-1, -1)	135°	135°	61.32°	107.63°

理論的予想

$$\tau = |\cos \theta| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\varepsilon = |\sin \theta \cos \phi| = \frac{1}{2}$$



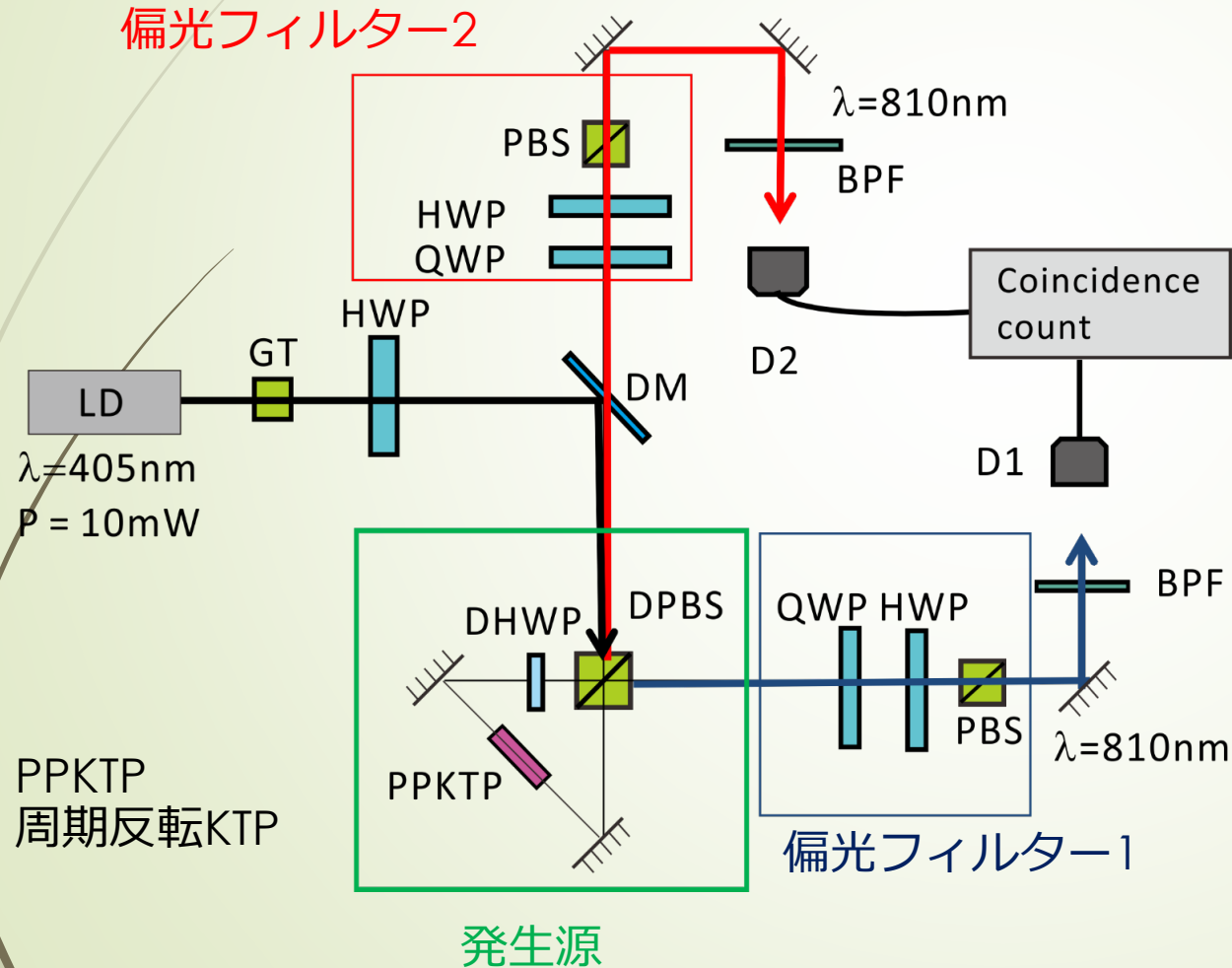


# 実験セットアップ

二つの**同一な**偏光フィルター



**明瞭度の二乗**の評価



典型的なカウントレート : 3 kHz  
(反相関の場合)

通常の射影測定結果

$$\langle S_{HV1}S_{HV2} \rangle_0 = -0.9551 \pm 0.0012$$

$$\langle S_{PM1}S_{PM2} \rangle_0 = -0.8555 \pm 0.0022$$

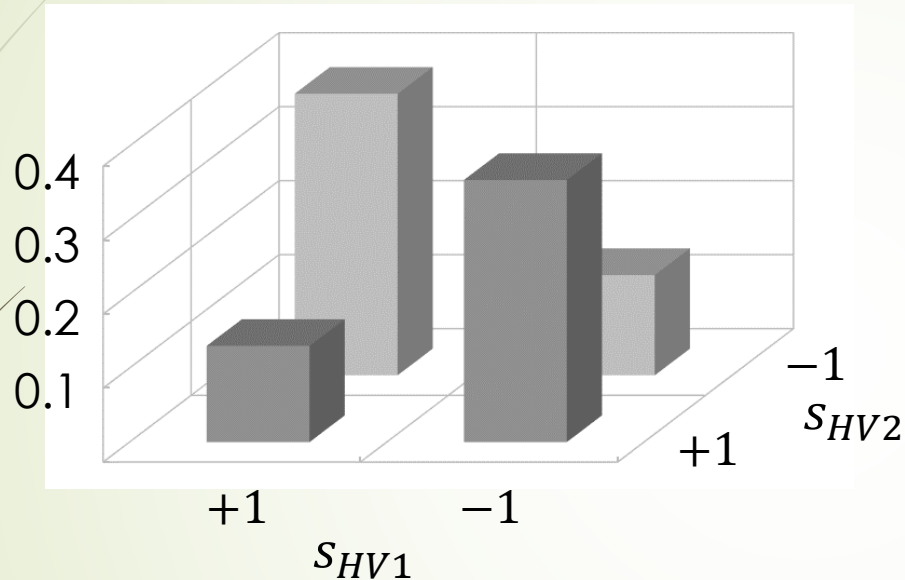
エンタングル状態の確認



$$0.811 < \langle (S_{HV1}S_{PM1})(S_{HV2}S_{PM2}) \rangle_0 \leq 1$$

# 測定結果 $-S_{HV}$ と $S_{PM}$ の場合

M. Inuma, et. al. *Phys. Rev. A* **98**, 62109 (2018)

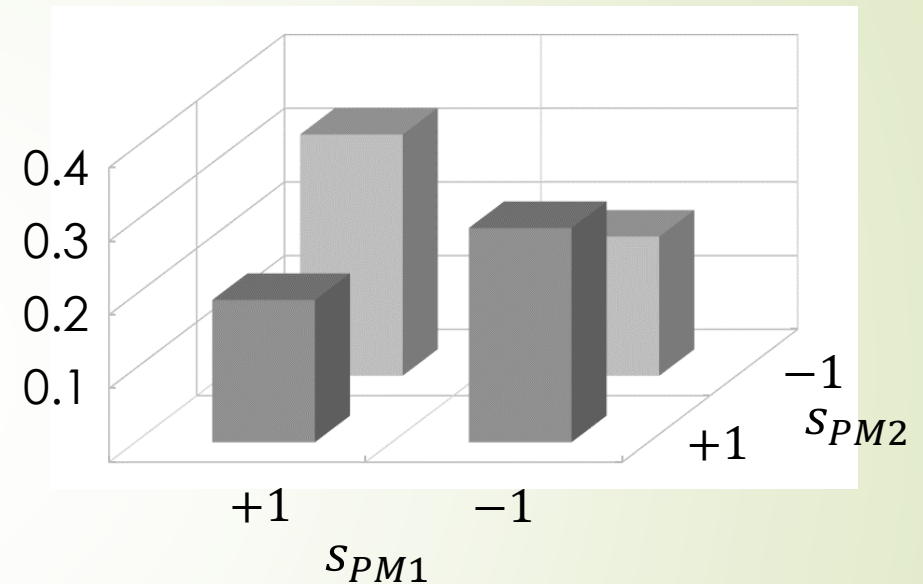


平均値  $\langle S_{HV1} S_{HV2} \rangle_{exp} = -0.469 \pm 0.003$

初期期待値  $\langle S_{HV1} S_{HV2} \rangle_0 = -0.9551 \pm 0.0012$

明瞭度の二乗  $\tau^2 = 0.491 \pm 0.003$

(  $\tau_{prediction}^2 = 0.5$  )



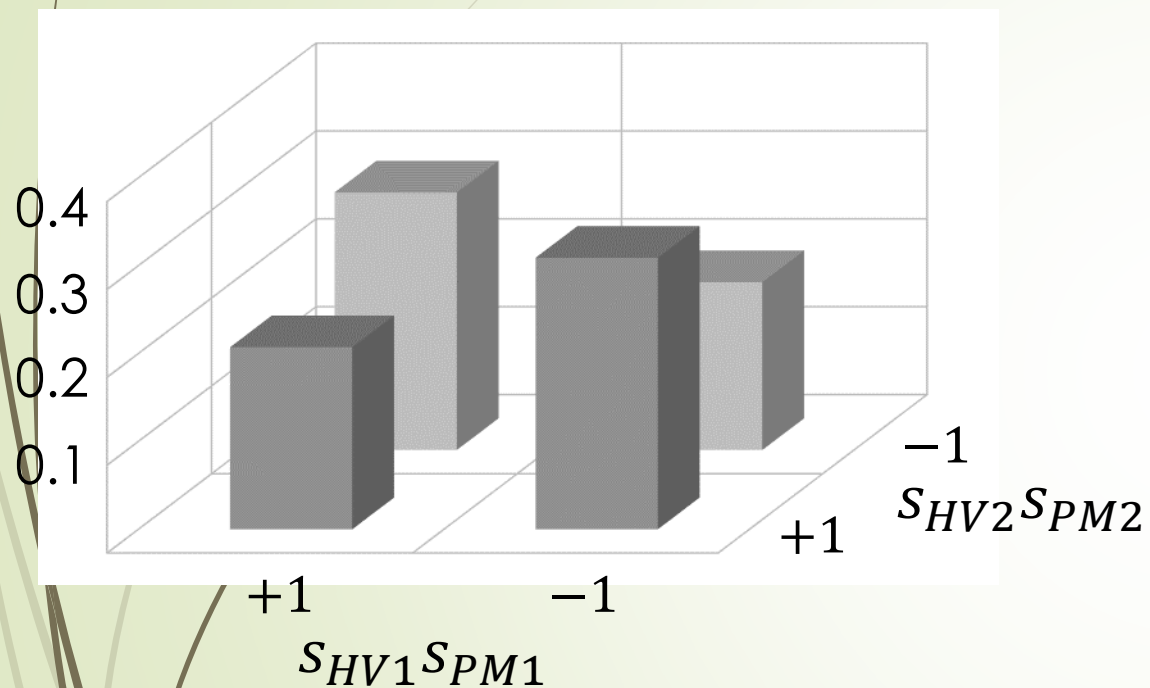
$\langle S_{PM1} S_{PM2} \rangle_{exp} = -0.236 \pm 0.003$

$\langle S_{PM1} S_{PM2} \rangle_0 = -0.8555 \pm 0.0022$

$\varepsilon^2 = 0.276 \pm 0.003$

(  $\varepsilon_{prediction}^2 = 0.25$  )

# 測定結果 - $S_{HV}S_{PM}$ の場合 -



平均値

$$\langle S_{HV1}S_{PM1}S_{HV2}S_{PM2} \rangle_{exp} = -0.204 \pm 0.003$$

初期期待値

$$0.811 < \langle (S_{HV1}S_{PM1})(S_{HV2}S_{PM2}) \rangle_0 \leq 1$$

相関が反転!!

明瞭度の二乗

$$-0.252 \pm 0.004 < C^2 \leq -0.204 \pm 0.003$$

明瞭度

$$0.452 \pm 0.003 \leq \pm iC < 0.502 \pm 0.004$$

明瞭度  $C$  は純虚数となる

# 虚数相関

実験結果

任意の初期状態  $\hat{\rho}_\psi$  に対して

$$\langle zx \rangle_{exp} = \underline{C} \langle zx \rangle_\psi$$

実数      純虚数

(直接測定) (結合測定の特徴)

$\langle zx \rangle_\psi$  は **虚数** にならざるを得ない (虚数相関)

非可換性

二準位系での非古典相関  $\langle \hat{Z}\hat{X} \rangle$

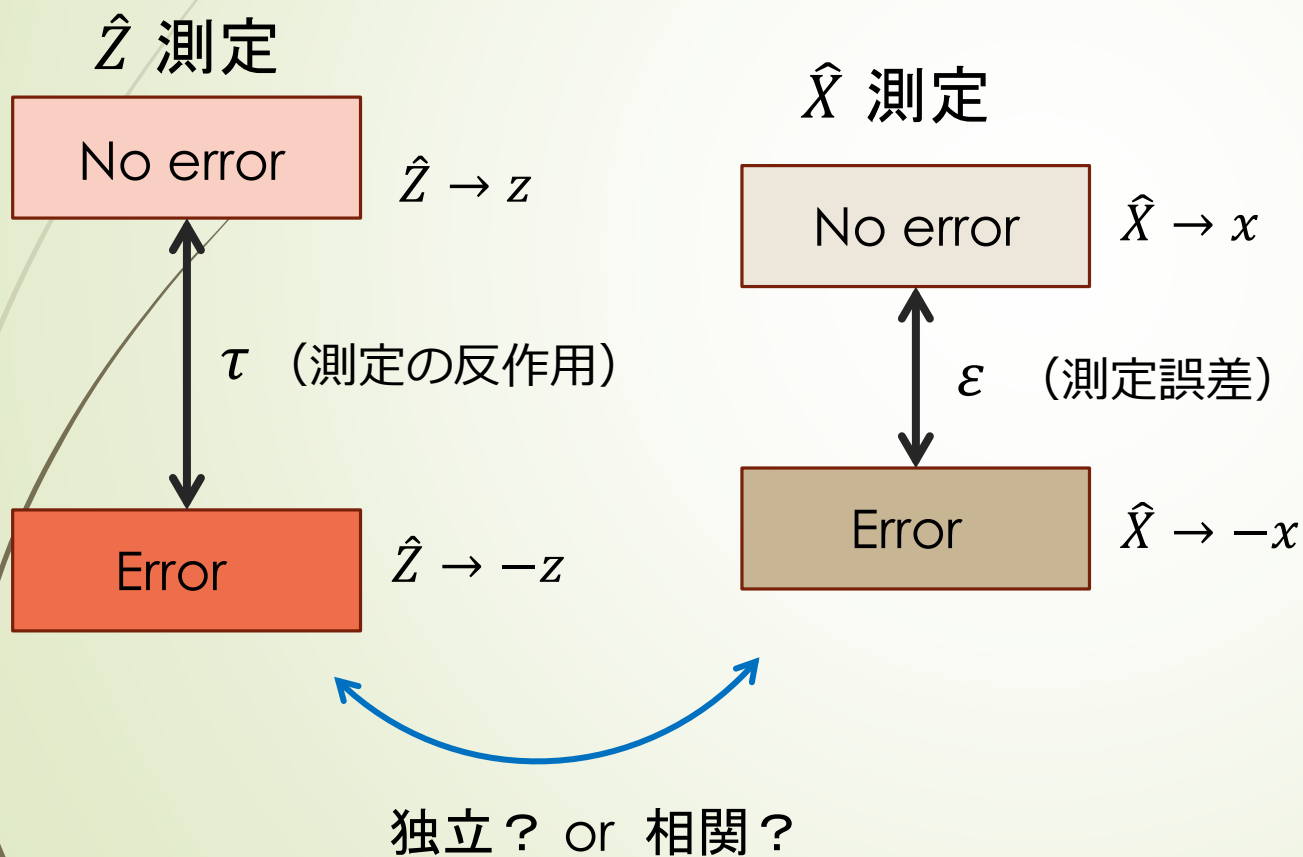
$$[\hat{Z}, \hat{X}] = 2i\hat{Y} \quad \longleftrightarrow \quad \Im[\langle \hat{Z}\hat{X} \rangle] = \langle \hat{Y} \rangle$$

虚数相関

交換関係と  
コンシステント

# エラー相関

明瞭度  $C$  の意味を考える



## $\hat{Z}\hat{X}$ 測定

$ZX$  に対して No error


No error	No error	$(z)(x) = zx$
Error	Error	$(-z)(-x) = zx$

$C$  エラーが相関しておこる!


$ZX$  に対して error

No error	Error	$(z)(-x) = -zx$
Error	No error	$(-z)(x) = -zx$

完全に独立の場合:  $C = 0$



## 4. まとめ



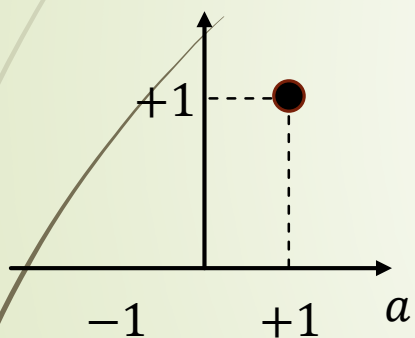
# 状態準備・測定

二準位系では、KD分布で表されるのではないか？

固有状態

$$|a = +1\rangle\langle a = +1|$$

確率分布



$$K(+1, \pm 1) = \frac{1}{2}$$

“測定”の不確定性  
 “測定”誤差=0  
 “測定”の反作用=最大  
 エラー相関=0

ユニタリー変換  
 (可逆過程)



(初期) 量子状態

$$\hat{\rho}_\psi$$

擬結合確率分布  
 KD分布

$$K_\psi(a, b)$$

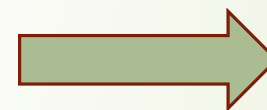
$$\langle \hat{A} \rangle_\psi \quad \langle \hat{B} \rangle_\psi$$

$$\langle \hat{A}\hat{B} \rangle_\psi$$

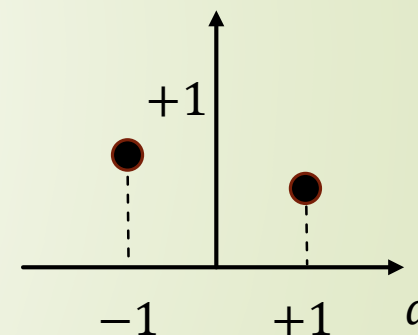
混合状態

$$p_{+1}|+1\rangle\langle +1| + p_{-1}|-1\rangle\langle -1|$$

測定過程  
 (ランダム過程)



測定確率分布



$$p_{exp}(a, b)$$

測定の不確定性  
 測定誤差  
 測定”の反作用  
 エラー相関

$$\langle \hat{A} \rangle_{exp} \quad \langle \hat{B} \rangle_{exp}$$

$$\langle \hat{A}\hat{B} \rangle_{exp}$$

# まとめ

非古典相関 $\langle zx \rangle_\psi$ の情報は、直接測定される相関 $\langle zx \rangle_{exp}$ に現れる。  
測定の不確定性を排除した初期状態の確率分布は、K-D 分布とコンシステントである。

Y. Suzuki, et. al. *New. J. Phys.* Vol. **18**, 103045 (2016)

二準位系では、エンタングル状態を利用することで $c$ は実験的に評価可能であり、純虚数となることが示された。したがって $\langle xy \rangle_0$ も純虚数となつて、交換関係とコンシステントになる。

S. Kino, et. al. *Phys. Rev. A* **92**, 042113 (2015)

M. Inuma, et. al. *Phys. Rev. A* **98**, 62109 (2018)