2016年1月10日　高知工科大学
第5回QUATUO研究会

相対論的量子測定理論はどのようなものであるべきか

谷村 省吾
名古屋大学情報科学研究科

提案

QUATUO（クァツオ，カツオ）研究会

北海道でやるなら
フォッケ（ホッケ）研究会
Phoquet
= Photon, Quantum et Technology

量子測定理論の現状

- 非相対論的な量子論の枠組みでなら，測定の理論はかなり充実・確立している：
  - POVM (probability-operator-valued measure)
  - CP map (completely positive mapping)
  - instrument
  - それらの間接測定モデルによる表現
- 相対論的量子論ではどうか？
  - 遡れば Bohr-Rosenfeld の1933年の論文：電場と磁場の交換関係と不確定性関係
  - 2000年代になっても研究されている：Breuer, Petruccione, Marolf, Rovelli etc.

相対論的量子測定理論はどんな理論であるべきか？

先行研究はさておき，
「そもそも論」に立ち返って考えよう．

このあたりまで立ち返って考える必要があるだろう

- 確率って何？
- 確率って物理量なの？
- 確率って時空に配置されているものなの？それとも時空を超越した概念なの？

確率の解釈（参考：ギリース『確率の哲学理論』）

- **認識論的** epistemological
  確率は世界の認識様式であると考える立場
  - **論理説** logical
    確率は正しさの度合い．真(1)と偽(0)の中間値
  - **主観説** subjective
    確率は個人の信念・知識・確信の度合い．ベイズ統計と相性がよい．
  - **間主観説** intersubjective
    合意に至った社会集団が持つ確信の度合い．
- **客観的** objective
  確率は質量や電荷のように客観的に存在していると考える立場
  - **頻度説** frequency
    試行回数に対する出現頻度．集合論・測度論と相性がよい．
  - **傾向説** propensity
    確率は，事象を生起させる条件が持つ性質．降水確率など

それぞれの長所・短所１

- 論理説：確率をブール代数のような論理演算の対象とみなせる．$0 \leq P \leq 1$ という関係を射影演算子に拡張したものが量子論理．しかし，実験検証の段階では，頻度解釈が必要になるような気がする．
- 主観説：情報の獲得による確率の更新という考え方になじむ．ただ，確率モデルの設定が恣意的に見えることがある．
- 間主観説（確率は社会的合意事項）：そんなんでいいのか！？という疑問が湧く．

それぞれの長所・短所 2

- 頻度説：統計解釈ともいう．物理学者にはこれが一番なじみやすそう．ただ，一起性の出来事に関しては確たることが言えない．個人の人生・生命・宇宙・天体・天変地異に関することに確率を使ってよいのか？
- 傾向説：不完全なデータセットしか得られない状況で何かを判断しなければならないときに目安になる．気象・医学・社会学など．「隠れた変数」の考え方に近い．量子論の解釈としてはまずいかもしれない．

確率の諸量

- 確率 (probability): $P(A)$, $P(A_i) \geq 0$, $\sum_i P(A_i) = 1$
- 結合確率 (joint probability): $P(A \wedge B)$
- 周辺確率 (marginal probability):

$$\sum_i P(A_i \wedge B_j) = P(B_j)$$

$$\sum_j P(A_i \wedge B_j) = P(A_i)$$

- 条件付き確率 (conditional probability)

$$P(A \wedge B) = P(B|A)P(A) = P(A|B)P(B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)}, \qquad P(A|B) = \frac{P(A \wedge B)}{P(B)}$$

独立と相関

- 事象AとBが独立　$:\Leftrightarrow\ P(A\wedge B)=P(A)P(B)$

$$\Leftrightarrow\ P(B|A)=P(B)$$

$$\Leftrightarrow\ P(A|B)=P(A)$$

- 事象AとBが相関を持つ　$:\Leftrightarrow$ 独立ではない
- より一般に，

$$P(B|\mathit{\Gamma}\wedge A)=P(B|\mathit{\Gamma})$$

であるとき，条件$\mathit{\Gamma}$の下で Bは条件Aに独立だという．

ベイズ推論は，それ自体面白いので，少し寄り道しよう

ベイズ(Bayes)の定理

- 原因となり得る事象 $\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$
- 結果として起こり得る事象 M
- Mが起こった．さて，その原因がA_iである確率は？

$$P(A_i|M) = \frac{P(M|A_i)P(A_i)}{\sum_j P(M|A_j)P(A_j)}$$

事前確率 $P(A_i) \rightarrow$ 事後確率 $P(A_i|M)$

Mの観察・読み取りによって確率が更新される．

ベイズの定理の証明

結合確率と条件付き確率の関係式

$$P(A_i \wedge M) = P(A_i|M)P(M) = P(M|A_i)P(A_i)$$

$$\sum_i P(A_i \wedge M) = P(M) = \sum_i P(M|A_i)P(A_i)$$

$$\therefore P(A_i|M) = \frac{P(A_i \wedge M)}{P(M)} = \frac{P(M|A_i)P(A_i)}{\sum_j P\left(M|A_j\right)P\left(A_j\right)}$$

証明は，普通の確率論・形式論.

証明自体に主観解釈が必要なわけではない.

ベイズの定理の適用例

- 事前確率 $P(\text{がん}) = \frac{1}{10}$,　$P(\text{がんじゃない}) = \frac{9}{10}$
- 観測による追加情報：がん診断のマーカーが基準値を超えている＝陽性.

$$P(\text{陽性}|\text{がん}) = \frac{9}{10} \qquad P(\text{陽性}|\text{がんじゃない}) = \frac{11}{90}$$

$$P(\text{陰性}|\text{がん}) = \frac{1}{10} \qquad P(\text{陰性}|\text{がんじゃない}) = \frac{79}{90}$$

- 事後確率（マーカーの観測によって更新された確率）

$$P(\text{がん}|\text{陽性}) = \frac{\frac{9}{10} \times \frac{1}{10}}{\frac{9}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{11}{90} \times \frac{9}{10}} = \frac{9}{20}$$

$$P(\text{がんじゃない}|\text{陽性}) = \frac{11}{20}$$

陽性と出たことにより，がんの確率は高くなるが，がんじゃない確率の方がまだ高い.

こう考えれば当たり前

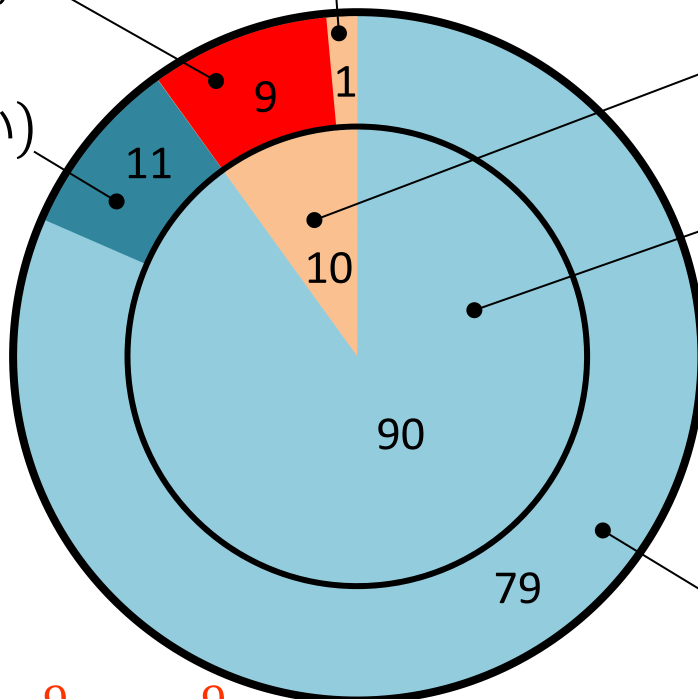
$P(\text{陽性}|\text{がん}) = \frac{9}{10}$

$P(\text{陰性}|\text{がん}) = \frac{1}{10}$

$P(\text{がん}) = \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

$P(\text{陽性}|\text{がんじゃない}) = \frac{11}{90}$

$P(\text{がんじゃない}) = \frac{9}{10} = \frac{90}{100}$



$P(\text{陰性}|\text{がんじゃない}) = \frac{79}{90}$

$P(\text{がん}|\text{陽性}) = \frac{9}{9+11} = \frac{9}{20}$

ベイズの公式は，条件付き確率の再規格化に他ならない．
「主観」の問題ではない．頻度解釈の方が自然に思える．

QBismについて一言

- QBism (Quantum Bayesianism)
- 量子論の新解釈．波動関数（状態ベクトル）は，ミクロ系の属性ではなく，観測者の主観状態を表しているとする立場．測定によって観測者が何かを知れば波動関数が更新されるのは，自然だろう，と言う．
- C. Fuchs が熱心に唱道している．
- Fuchs は量子論の枠組みでベイズの公式に似た更新確率の公式を見つけ，これを QBism正当化の根拠としている．

注意：意見には個人差があります

QBismの問題点

- 1：Fuchsの公式は一般には証明されていない．SIC-POVMという演算子の存在・構成が一般にはできていない．ヒルベルト空間の次元ごとに（67次元まで）計算機代数と数値的方法でチェックされている．arXiv:1003.5209
- 2：Fuchsの公式が証明されたとしても，それが主観解釈を正当化するという論拠が不明．解釈というものは理論と現実の照らし合わせ方であって，理論形式自体は解釈を導出するようにはできていない．
- 3：状態ベクトルは観測者の心理状態（何をどの程度確信しているのか）を表す，と言うのなら，観測者は心を持った人間でないといけないのか，マシンではいけないのか，どの程度知的な能力を有していたら「観測者」と呼ばれる資格を得るのか，という問題を引き起こす．

注意：意見には個人差があります

こうも言える

- 波動関数を徹底的に観測者の側に押し付けるのが QBism. 波動関数が重ね合わせ状態なら，観測者の心理も重ね合わせ状態．観測者が何かを知れば，そのとき波束の収縮が起きる.
- 波動関数を徹底的に世界の側に押し付けるのが多世界解釈．波動関数が重ね合わせ状態なら，全世界が丸ごと重ね合わせ状態．観測者が何かを知れば，そのとき世界が分岐する.
- どっちもラディカルすぎる，と私は思う.
- 波動関数に作用する演算子は誰の属性？
- 非可換演算子はミクロ系に備わっている，と考える方が自然じゃないの？

ベイズの定理の別例

- 原因となり得る事象：
  A_1 =「ハリーが撃った」
  A_2 =「ジョン・マクレーンが撃った」
- 結果として起こり得る事象
  M =「ハンスが撃たれた」
- Mが起こった．さて，原因がA_iである確率は？

確率の更新

事前確率 $P(A_1) = P(A_2) = \frac{1}{2}$

追加情報 $P(M|A_1) = \frac{4}{5}, \quad P(M|A_2) = \frac{1}{10}$

事後確率 $P(A_1|M) = \frac{8}{9}, \quad P(A_2|M) = \frac{1}{9}$

ハリーの腕がよいために
ハリーの疑義が強まる

ベイズの定理の例：事前確率の違い

- 原因となり得る事象：
  $A_1 =$「ハリーが撃った」
  $A_2 =$「ジョン・マクレーンが撃った」
- 結果として起こり得る事象
  $M =$「ハンスが撃たれた」
- Mが起こった．さて，原因がA_iである確率は？

確率の更新

事前確率 $P(A_1) = \frac{1}{4}, \quad P(A_2) = \frac{3}{4}$

追加情報 $P(M|A_1) = \frac{4}{5}, \quad P(M|A_2) = \frac{1}{10}$

事後確率 $P(A_1|M) = \frac{8}{11}, \quad P(A_2|M) = \frac{3}{11}$

ジョンの動機が強い分，さっきよりはジョンの疑義は強まるが，
ハリーの腕のよさゆえにハリーの疑義は劇的には減らない

ベイズ推論の問題点

- 事前確率の根拠が曖昧
- 確率モデルを選ぶ根拠や更新確率の合理性が不明
  例：三人続けて男の子が生まれたら（産み分けの事前確率はベータ分布で，初期確率は一様分布だとすると），四人目も男の子である確率は $\frac{4}{5}$ である．
  こういう推論に意味があるか？
- これは「男の子を生みやすい，あるいは，女の子を生みやすい」という傾向を推論している．
- 人情的には「次こそは女の子」と思いたい（不思議な心理バイアス）が，ベイズ的には「次も男の子の確率が高い」ことになる．

ベイズ推論の話はさて置いて

確率概念を考え直す

- 確率は，時空に配置された，あるいは物質に備わった物理量なのか？
- サイコロに20gという質量があるように，サイコロの面に $\frac{1}{6}$ という数値や，コインの面に $\frac{1}{2}$ という数値が宿っているのか？
- そうは思えない（少なくとも私には）．
- 確率は，物質の属性ではないように思える．また，確率は「何時にここにある」と指示できるようなものでもない気がする．

確率概念を考え直す

- かと言って，「確率は，観測者の知識・確信の度合いを表すものであり，観測者に属する概念である」という主張も受け入れ難い．
- 「観測者が不在の場面での確率」というものを考えてはいけないのか？
- 「観測者は人間でなくてはいけないのか？カメラとプリンタではいけないのか？猫じゃダメなのか？」という類の，不毛かつ misleading な議論を引き起こす．

確率概念を考え直す

- 私の立場：
- 確率は，時空に配置された物理量である．
- 確率の観測者は，自我とか意識を持った人間である必要はない．古典系であればよい．
- 古典系とは：（ほぼ）可換物理量だけで記述できる系，すべての物理量の値が実在しているとみなせる系，近似的に不可逆・消去不可能な記録・痕跡をとどめることができるシステム．
- 観測とは，量子系と古典系の相互作用が引き起こす，古典系の状態変化である．相互作用が起こった場所・時刻や，相互作用による状態変化が起こる確率を記述できる．

確率概念を考え直す

- 以上の立場を踏まえて，EPRパラドクスとベル不等式の破れを分析してみよう．
- メッセージとしては，相対論的代数的場の量子論が，測定における確率を，最も見通しのよい形で記述する，ということを伝えたい．

Einstein-Podorsky-Rosen

- 二つの粒子　　$\hat{q}^{(1)}$　$\hat{p}^{(1)}$　　　　　$\hat{q}^{(2)}$　$\hat{p}^{(2)}$

- 相対位置と重心運動量の同時固有状態（存在する）

$$\left(\hat{q}^{(2)}-\hat{q}^{(1)}\right)|\psi\rangle = r|\psi\rangle,\quad \left(\hat{p}^{(1)}+\hat{p}^{(2)}\right)|\psi\rangle = p|\psi\rangle$$

- $\hat{q}^{(1)}$を測れば$\hat{q}^{(2)}$が確実にわかる：$\hat{q}^{(2)} = r + \hat{q}^{(1)}$
- $\hat{p}^{(2)}$を測れば$\hat{p}^{(1)}$が確実にわかる：$\hat{p}^{(1)} = p - \hat{p}^{(2)}$
- $\hat{q}^{(1)}$ と$\hat{p}^{(2)}$は互いに相手を乱すことなく測れるだろう.
- 結果的に$\hat{q}^{(2)}$の値と$\hat{p}^{(2)}$の値が同時に正確に測れる.
- これは不確定性関係（量子力学）に反する.
- 実在すると認定されるもの（ $\hat{q}^{(2)}$と$\hat{p}^{(2)}$の値）をちゃんと記述できない量子力学は不完全である.

Bohm

- 二つの粒子　　$\hat{S}_x^{(1)}$　$\hat{S}_y^{(1)}$　　　　$\hat{S}_x^{(2)}$　$\hat{S}_y^{(2)}$

- spin singlet state（存在する）

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle \otimes |\uparrow\rangle)$$

- ランダム

$$P\left(\hat{S}_x^{(2)} = 1 \middle| \psi\right) = \frac{1}{2}, \qquad P\left(\hat{S}_x^{(2)} = -1 \middle| \psi\right) = \frac{1}{2}$$

- 完全相関

$$P\left(\hat{S}_x^{(2)} = -1 \middle| \psi \wedge \hat{S}_x^{(1)} = 1\right) = 1$$

$$P\left(\hat{S}_x^{(2)} = 1 \middle| \psi \wedge \hat{S}_x^{(1)} = 1\right) = 0$$

EPR-Bohm

- 二つの粒子　$\hat{S}_x^{(1)}$　$\hat{S}_y^{(1)}$　　　$\hat{S}_x^{(2)}$　$\hat{S}_y^{(2)}$

- $\hat{S}_x^{(1)}$を測れば $\hat{S}_x^{(2)}$が確実にわかる：$\hat{S}_x^{(2)} = -\hat{S}_x^{(1)}$
- $\hat{S}_y^{(2)}$を測れば $\hat{S}_y^{(1)}$が確実にわかる：$\hat{S}_y^{(1)} = -\hat{S}_y^{(2)}$
- $\hat{S}_x^{(1)}$と $\hat{S}_y^{(2)}$は互いに相手を乱すことなく測れるだろう.
- 結果的に $\hat{S}_x^{(2)}$の値と$\hat{S}_y^{(2)}$の値が同時に正確に測れる.
- これは不確定性関係（量子力学）に反する.
- 実在すると認定されるもの（$\hat{S}_x^{(2)}, \hat{S}_y^{(2)}$の値）をちゃんと記述できない量子力学は不完全である.

波束の収縮

- 観測による確率の更新は，量子力学の文脈では「波動関数の更新」，「波束の収縮」として捉えられる.
- 素朴な波束の収縮(von Neumann-Lüders)：
  物理量

  $$\hat{A} = \sum_i a_i \, \hat{\Pi}_A(a_i)$$

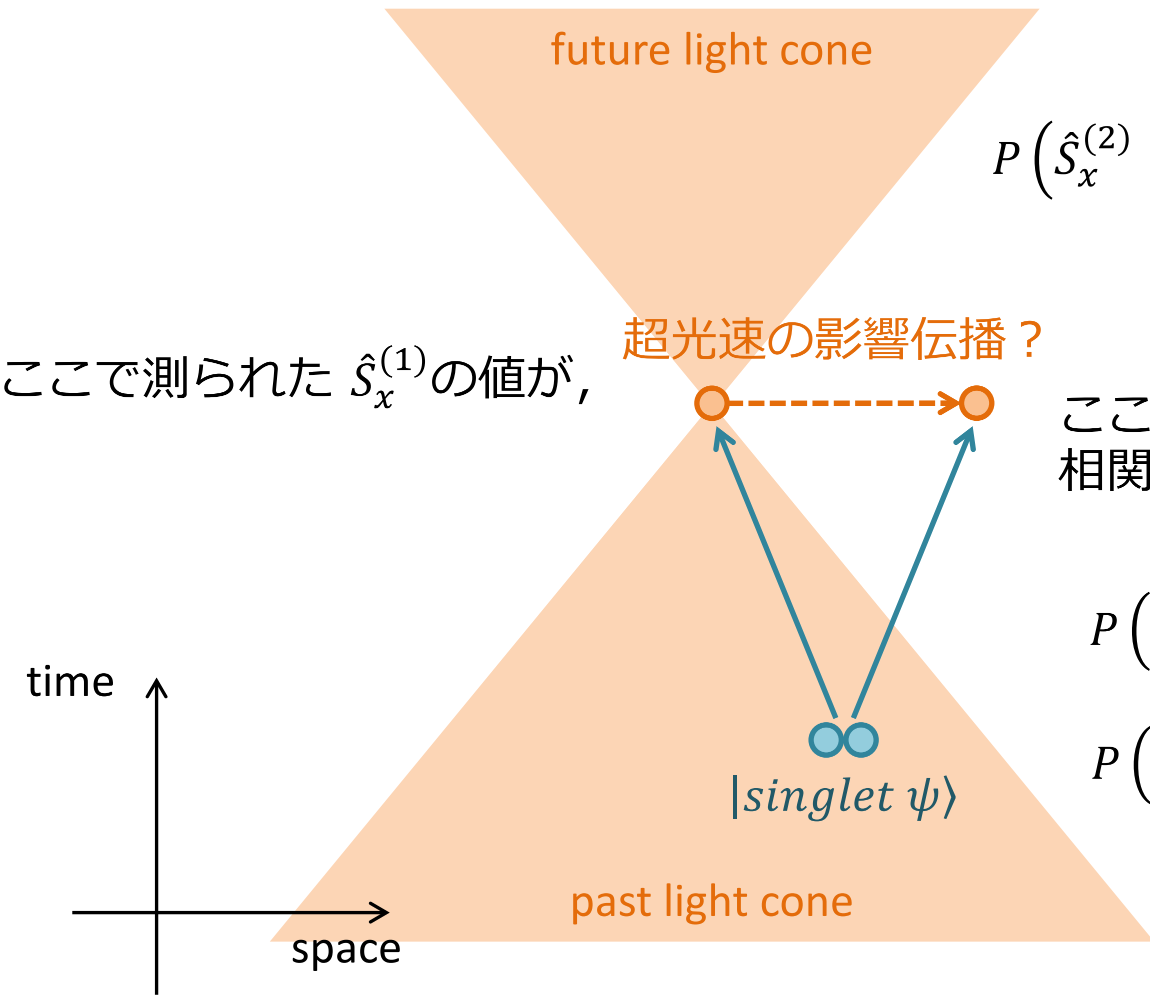
  を測って値 a_i を得たなら，状態ベクトルは

  $$|\psi\rangle \mapsto \hat{\Pi}_A(a_i)|\psi\rangle$$

  に変わる，という規則.

波束の収縮と非局所性の問題

直観的には不気味に感じられる.



ここで測られた $\hat{S}_x^{(1)}$の値が,

ここで測られる $\hat{S}_x^{(2)}$の値と相関を持つ.

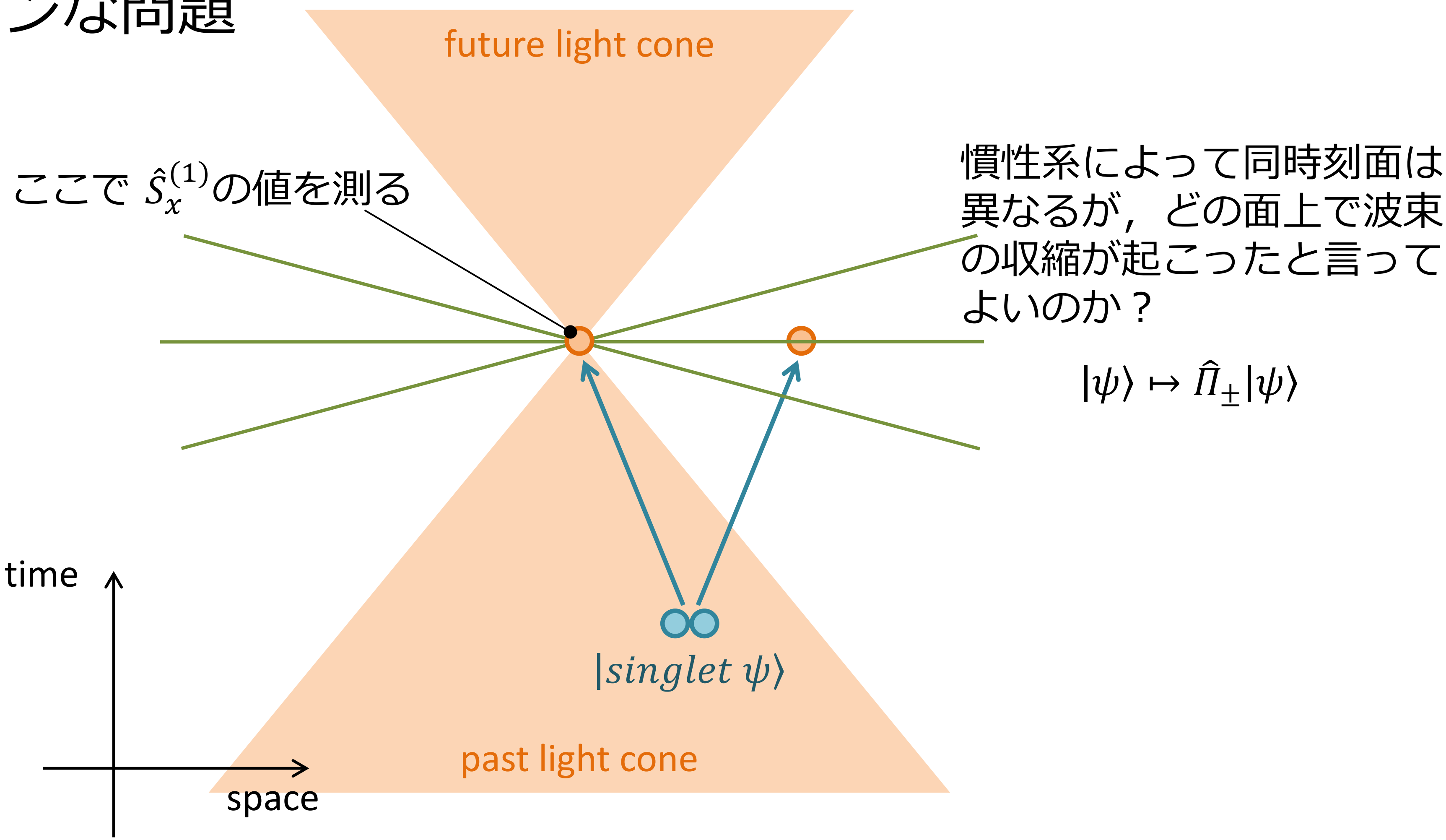
$$P\left(\hat{S}_x^{(2)} = 1 \middle| \psi\right) = P\left(\hat{S}_x^{(2)} = -1 \middle| \psi\right) = \frac{1}{2}$$

$$P\left(\hat{S}_x^{(2)} = 1 \middle| \psi \wedge \hat{S}_x^{(1)} = 1\right) = 0$$

$$P\left(\hat{S}_x^{(2)} = 1 \middle| \psi \wedge \hat{S}_x^{(1)} = -1\right) = 1$$

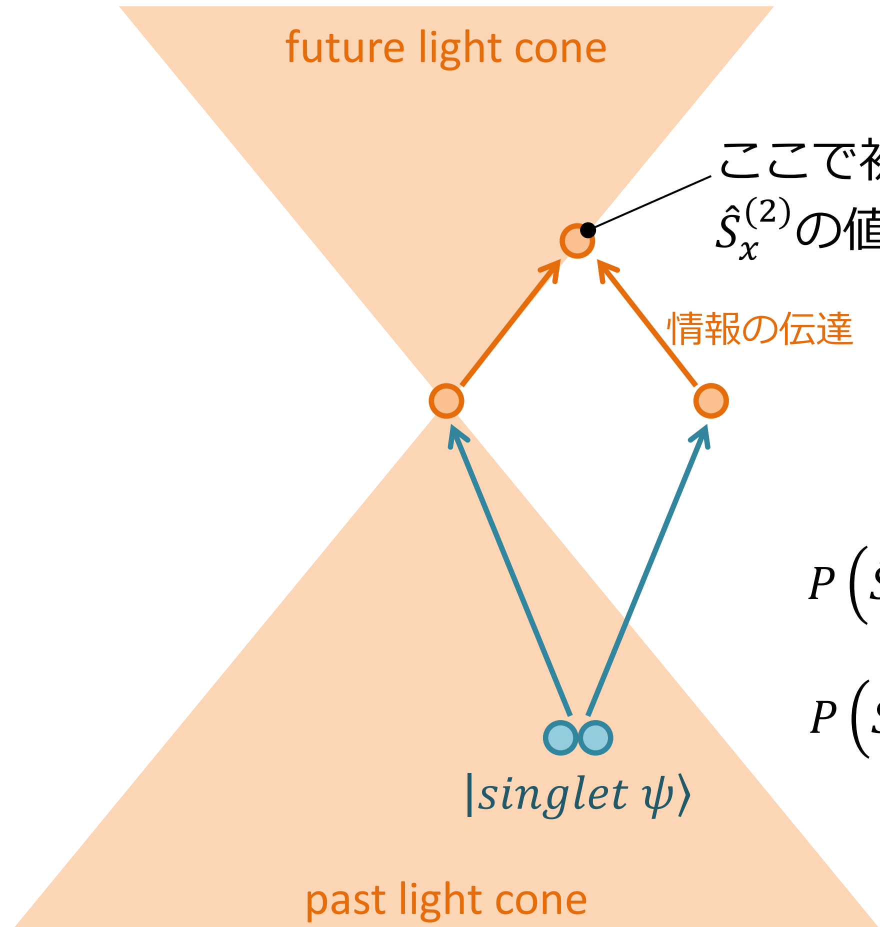
波束の収縮と同時刻性の問題

波束の収縮は，どの同時刻面で起きたのか？というヘンな問題



こう考えれば不気味ではない

データを照らし合わせる観測点はちゃんと光円錐の中にある.



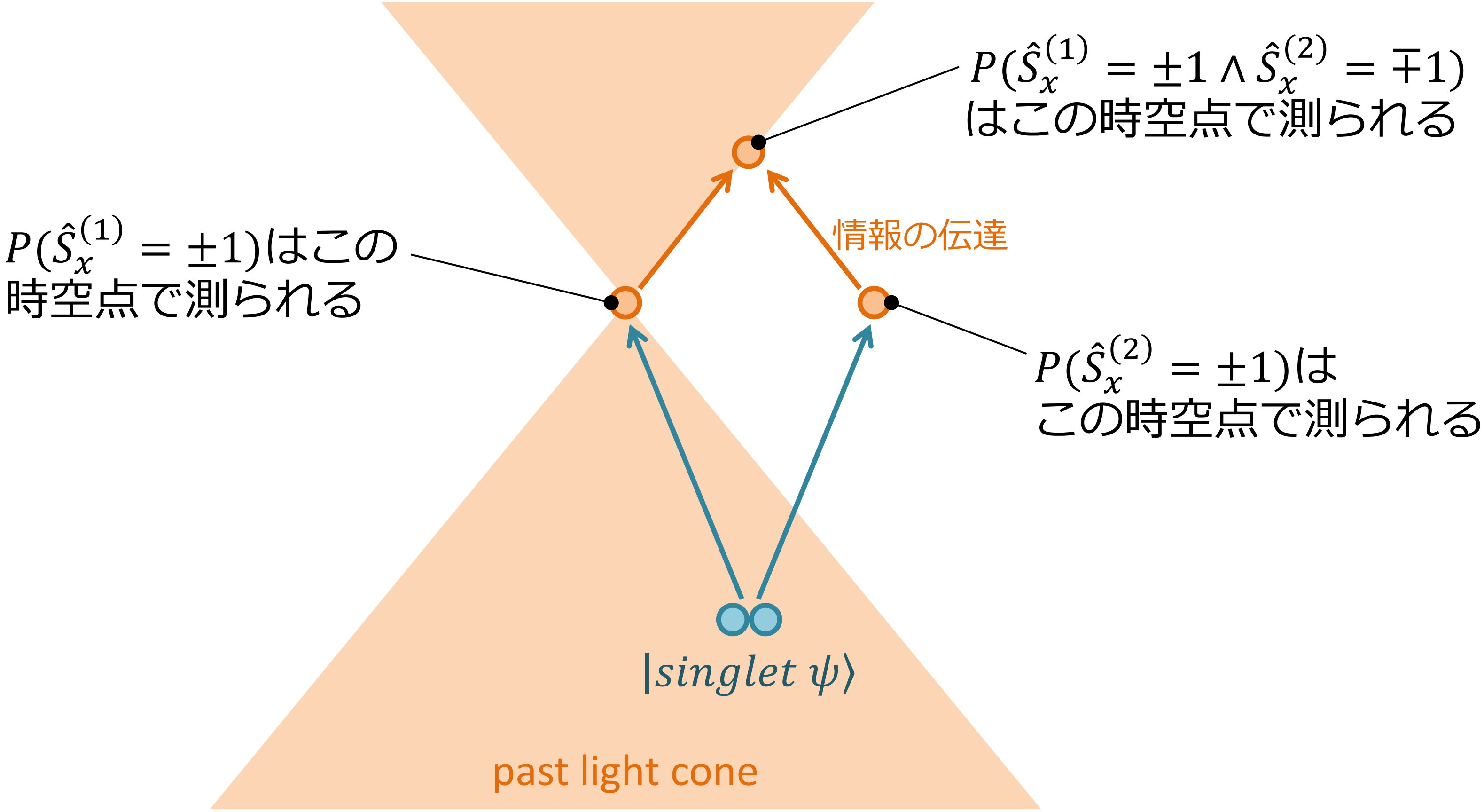
ここで初めて $\hat{S}_x^{(1)}$の値を参照して$\hat{S}_x^{(2)}$の値の出現確率を定義できる.

$$P\left(\hat{S}_x^{(2)} = 1 \middle| \psi \wedge \hat{S}_x^{(1)} = 1\right) = 0$$

$$P\left(\hat{S}_x^{(2)} = 1 \middle| \psi \wedge \hat{S}_x^{(1)} = -1\right) = 1$$

事象は時空にあり，事象の確率も時空に footing している

波束の収縮の不気味さは，確率というものが空間に束縛されない超越概念だと思うところから来ている．「この時空点でこれこれの事象が観測される確率」を論ずる限り，超光速の伝播は生じない．



Bell-Clauser-Horne-Shimony-Holt

- 二つの粒子 $\hat{A}, \hat{B}$ $\hat{U}, \hat{V}$

$$\hat{A} = \hat{S}_x^{(1)}$$

$$\hat{B} = \hat{S}_x^{(1)} \cos 2\theta + \hat{S}_y^{(1)} \sin 2\theta$$

$$\hat{U} = \hat{S}_x^{(2)} \cos \theta + \hat{S}_y^{(2)} \sin \theta$$

$$\hat{V} = \hat{S}_x^{(2)} \cos \theta - \hat{S}_y^{(2)} \sin \theta$$

の値に対する結合確率$P(a, b, u, v)$が存在すると仮定すると，$\langle \hat{S} \rangle = \langle \hat{A}\hat{U} \rangle + \langle \hat{A}\hat{V} \rangle + \langle \hat{B}\hat{U} \rangle - \langle \hat{B}\hat{V} \rangle$ に対して

$$-2 \leq \langle \hat{S} \rangle \leq 2$$

が成り立たなくてはならない（BCHSHの不等式）．

- しかし，量子論では$-2\sqrt{2} \leq \langle \hat{S} \rangle \leq 2\sqrt{2}$ の等号が成立する．

BCHSHの不等式の証明

- 各物理量 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{U}, \hat{V}$ の測定値（固有値）は ±1.
- 結合確率 $P(a,b,u,v) \geq 0$ が存在すると仮定すると,

$$\left\langle \hat{S} \right\rangle = \left\langle \hat{A}\hat{U} \right\rangle + \left\langle \hat{A}\hat{V} \right\rangle + \left\langle \hat{B}\hat{U} \right\rangle - \left\langle \hat{B}\hat{V} \right\rangle$$

$$= \sum_{a,b,u,v} au \cdot P(a,b,u,v) + \sum_{a,b,u,v} av \cdot P(a,b,u,v)$$

$$+ \sum_{a,b,u,v} bu \cdot P(a,b,u,v) - \sum_{a,b,u,v} bv \cdot P(a,b,u,v)$$

$$= \sum_{a,b,u,v} (au + av + bu - bv)P(a,b,u,v)$$

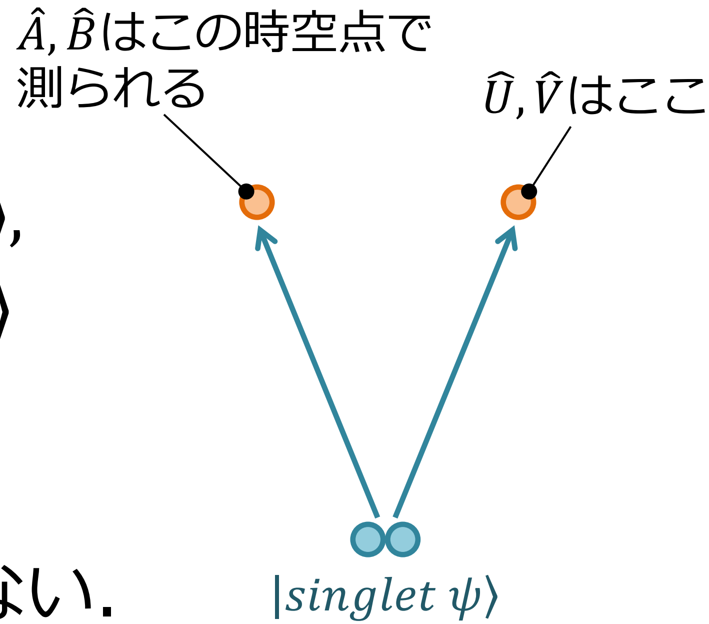
ところで,

$$(au + av + bu - bv) = a(u+v) + b(u-v) = 2\ or\ 0\ or - 2$$

$$\therefore -2 \leq \left\langle \hat{S} \right\rangle \leq 2$$

量子論では

- space-like に離れた物理量は可換，両方測定可能：
  $$[\hat{A}, \hat{U}] = 0, \quad [\hat{A}, \hat{V}] = 0, \quad [\hat{B}, \hat{U}] = 0, \quad [\hat{B}, \hat{V}] = 0$$
  その意味では，超光速の影響の伝播はない．
- ところが，同一点で測られる物理量は非可換：
  $$[\hat{A}, \hat{B}] \neq 0, \quad [\hat{U}, \hat{V}] \neq 0$$
- $\langle \hat{A}\hat{U} \rangle, \langle \hat{A}\hat{V} \rangle$を与える確率分布
  $$P(a,u) = \langle \psi | \hat{\Pi}_A(a) \hat{\Pi}_U(u) | \psi \rangle,$$
  $$P(a,v) = \langle \psi | \hat{\Pi}_A(a) \hat{\Pi}_V(v) | \psi \rangle$$
  は存在するが，
  $\langle \hat{A}\hat{U} \rangle + \langle \hat{A}\hat{V} \rangle$ を与えるような
  結合確率 $P(a,u,v)$ は存在しない．



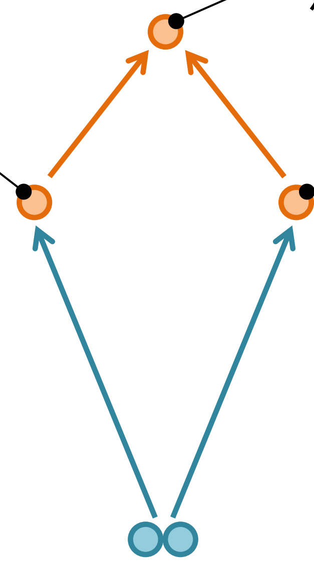
相対論的量子測定理論の考え方（提案）

- Information is physics. (Landauer)
- Measurement is local interaction. (Tanimura)
- Probability is local observable. (Tanimura)

ここで初めて$\hat{A}$と$\hat{U}$の出現値の結合確率や $\hat{A}\hat{U}+\hat{A}\hat{V}$ といった代数演算が意味を持つ.

$\hat{A},\hat{B}$はこの時空点で測られ，その値の出現確率を与える演算子$\hat{\Pi}_A(a),\hat{\Pi}_B(b)$はこの時空点に割り付けられる.

$\hat{U},\hat{V}$はここ

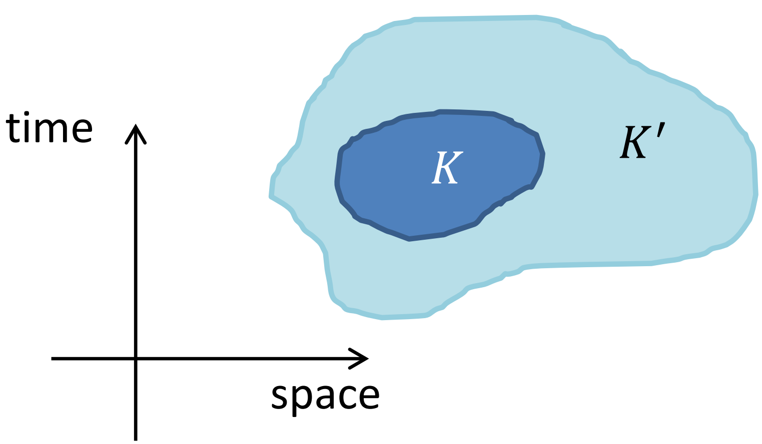


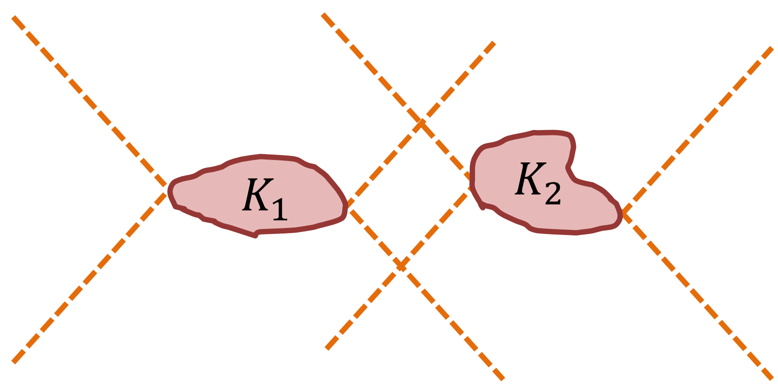
$|singlet\ \psi\rangle$

代数的場の量子論

Algebraic Quantum Field Theory (Haag, Kastlerが創始)

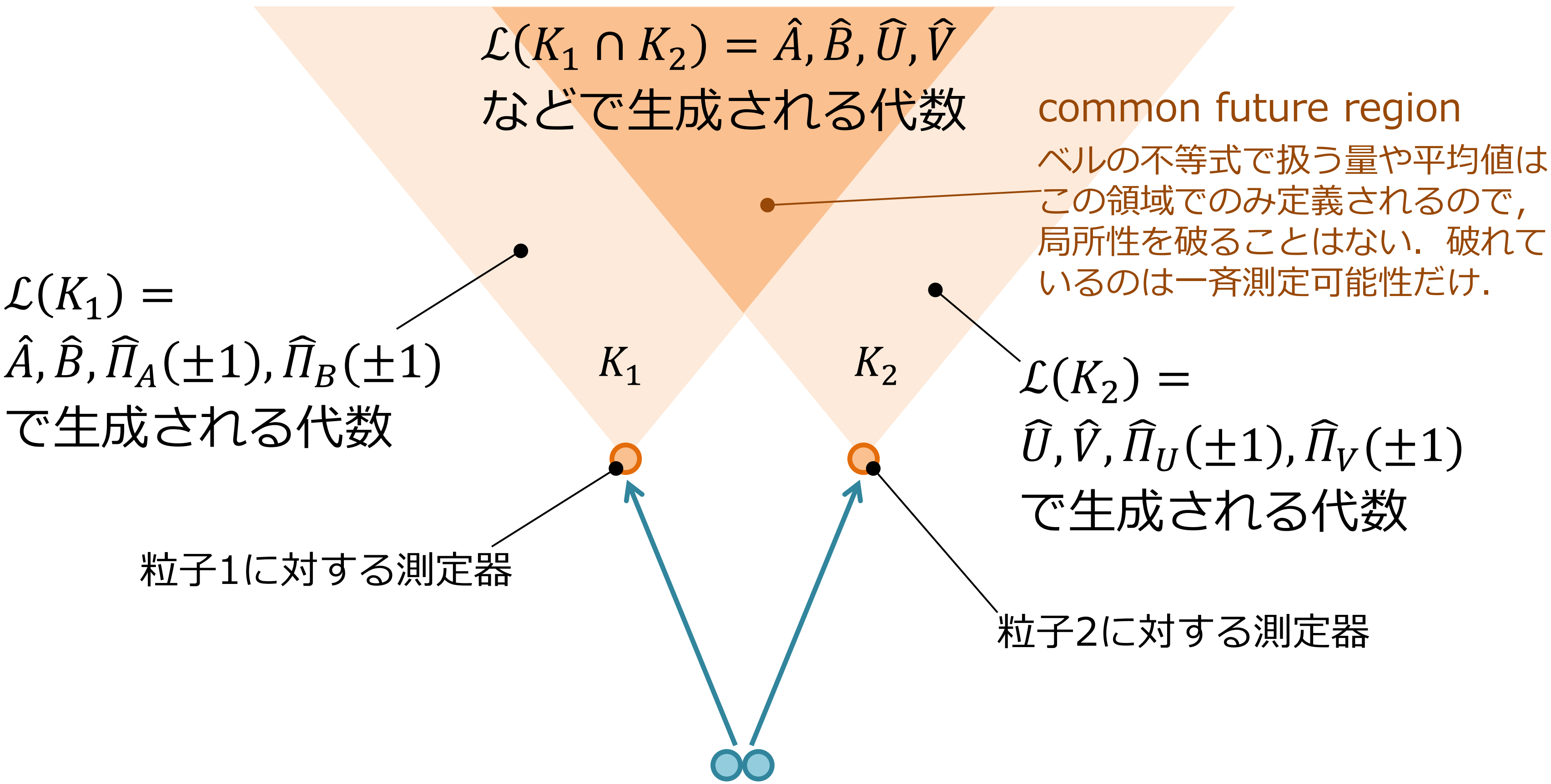
- 時空の任意の領域 $K \subset \mathbb{R}^4$に割り付けられた射影演算子の集合とそれらが生成する代数 $\mathcal{L}(K)$
- 要するに時空の各領域に yes/no question $P \in \mathcal{L}(K)$が張り巡らされている.
- 例 P=“領域 K 内でスピン上向きの電子が１個見つかる”
- 公理i： $K \subset K' \Longrightarrow \mathcal{L}(K) \subset \mathcal{L}(K')$
- 公理ii：K_1, K_2が space-like に分離 $\Longrightarrow$ $[\mathcal{L}(K_1), \mathcal{L}(K_2)] = 0$





因果網 causal net

局所物理量を表す演算子や観測確率を表す射影演算子は，時空点または時空領域に割り付けられる.



まとめ１

- 測定とは，時空のある領域を占める測定器とミクロ対象系とが相互作用して，測定器の状態変化を起こすことである．
- 測定の確率（所望の測定器変化が起こる確率）も，時空領域に割り付けられる．
- space-likeに離れた時空点の物理量の和や積やそれらの値の出現確率は common future region で定義される．なぜなら，そのような量は common future region でのみ測定可能だから．
- そういう様式にのっとって理論を定式化すれば，「非局所的で超光速の波束の収縮」みたいなことは考える必要はないし，考えない方がよい．

まとめ２

- 相対論的量子測定理論を定式化するにあたっては，時間・空間依存性をすべて物理量に押し付けたハイゼンベルク表示をとるべきである．
- 代数的場の量子論は，時空領域に張り巡らされたyes-no question（命題）の集合なすブール代数を非可換化したものとみなせる．
- 代数的場の量子論をベースに，POVM や CP map等に相当するものを作り込んでいけば，「相対論的量子測定理論」と呼ぶにふさわしい理論ができると思う．

注意

- 「確率」と呼ばれるものすべてが時空に配置された物理量である，と主張するつもりはない.
- ここで論じたのは「時空に配置された測定器の状態変化によって検出され得る事象の生起確率」である.
- 「測定」は，時空に配置された測定器の状態変化として捉えられるものだけではない.
  - プランク定数の測定，アボガドロ数の測定，ハドロンのスピンの測定など
- 測定値は，非可換演算子の固有値として規定されるものとは限らない.
  - 素粒子の平均寿命，原子の励起状態の平均寿命など

今後の課題

- 観測者のローレンツ変換は確率の変換とどのように連動するのか？
- 通常の場の量子論とむすびつくのか？
- 光子の位置の問題
- 相対論的量子論と非相対論的量子論とをスムーズにつなぐこと
- 時間の矢の問題：観測領域は未来光円錐に向かってのみ伸びるのか？

おしまい

新年早々，拙い話をご清聴していただき，
ありがとうございました